Europos Sąjungos struktūrinių fondų lėšų bendrai finansuojamas projektas
Nr. 09.2.1-ESFA-V-726-03-0001
„Skaitmeninio ugdymo turinio kūrimas ir diegimas“

VIDURINIO UGDYMO MATEMATIKOS BENDROSIOS PROGRAMOS ĮGYVENDINIMO REKOMENDACIJOS

Įgyvendinimo rekomendacijų projektą rengė:

Alvyda Ambraškienė, doc. dr. Audronė Rimkevičienė, doc. dr. Viktorija Sičiūnienė, Vilija Šileikienė, Valdas Vanagas, Albina Zdanevičienė

Turinys

1. Naujo turinio mokymo rekomendacijos....2
   Mokymosi turinio keitimo priežastys ir svarbiausi turinio pokyčiai....2
   Mokymosi turinio pokyčiai lyginant su 2008 metų matamatikos bendrąja programa 5
   III-IV gimnazijos klasės Bendrasis kursas 5
   III-IV gimnazijos klasės Išplėstinis kursas 12
2. Veiklų planavimo ir kompetencijų ugdymo pavyzdžiai....21
   III-IV gimnazijos klasės Bendrasis ir Išplėstinis kursas 22
3. Skaitmeninės mokymo priemonės, skirtos BP įgyvendinti....39
4. Literatūros ir šaltinių sąrašas 41
5. Užduočių ar mokinių darbų, iliustruojančių pasiekimų lygius, pavyzdžiai 45
   III-IV gimnazijos klasės Bendrasis ir Išplėstinis kursas....45

1. Naujo turinio mokymo rekomendacijos

Turinio keitimo priežastys ir svarbiausi pokyčiai

Matematikos mokymosi turinys atnaujinamas vadovaujantis *Bendrųjų programų atnaujinimo gairėmis*, patvirtintomis Lietuvos Respublikos švietimo, mokslo ir sporto ministro 2019 m. lapkričio 18 d. įsakymu Nr. V-1317 „Dėl Bendrųjų programų atnaujinimo gairių patvirtinimo“, *Bendrųjų programų atnaujinimo vadovu*, *Kompetencijų ir vaiko raidos aprašais* bei susitarimais, priimtais visų dalykų programų rengėjų, siekiant kuo didesnės tarpdalykinės programų dermės.

Priimant sprendimus dėl turinio naujinimo, buvo atlikta daug parengiamųjų darbų. Apibendrinta ir įvertinta Lietuvos matematikos mokymo(si) praktika. Išnagrinėti šalies mokslininkų ir mokytojų teikti siūlymai dėl turinio atnaujinimo. Įsigilinta į programų rengėjus konsultuojančių tarptautinių ekspertų siūlymus. Išanalizuotos tarptautinių tyrimų, kuriuose dalyvauja Lietuva (TIMSS, PISA) programos bei šalių, kurių mokiniai pasižymi aukštais pasiekimais šiuose tyrimuose, nacionalinės programos. Atnaujinama programa siekta suderinti šalies viduje ryškėjančius ugdymo poreikius, mokslininkų ir praktikų matymą, o taip pat atsižvelgti į matematinio ugdymo kaitos tendencijas tarptautinėje praktikoje.

Matematinio ugdymo tikslo formuluotė – sudaryti galimybę kiekvienam mokiniui per matematikos mokymosi turinį ugdytis matematinį ir statistinį raštingumą, kuris matematikos programoje suprantamas kaip įgytas gebėjimas matematiškai samprotauti ir taikyti įgytas kompetencijas įvairių realių, aktualių ir mokiniams suprantamų problemų sprendimui – ambicinga, bet, programos rengėjų nuomone, per dvylika mokymosi metų pasiekiama.

Programa numato, kad baigdami vidurinio ugdymo pakopą, mokiniai:

- tinkamai ir tikslingai vartoja matematinius faktus, suvokia sąvokų struktūras, sklandžiai atlieka matematines procedūras, argumentuoja, kodėl jas taip atlieka, įžvelgia matematikos vidinius ir išorinius ryšius;
- įvairiuose kontekstuose taiko matematinį samprotavimą, remiasi žiniomis, logika ir patikimais argumentais formuluodami hipotezes, įrodinėdami matematinius teiginius, spręsdami uždavinius, darydami išvadas ar vertinimus;
- kurdami matematinį pranešimą, atsižvelgia į komunikavimo tikslą, adresatą, pasirenka veiksmingus būdus ir priemones matematinei komunikacijai, matematinių minčių raiška sklandi, logiška ir argumentuota;
- suvokia matematinių žinių mokslinę ir praktinę vertę; domisi matematikos mokslo ir technologijų raida Lietuvoje ir pasaulyje, nusiteikęs išbandyti ir tikslingai taikyti naujas technologijas, metodus, būdus matematikos ir profesijoms, kurioms reikia matematikos žinių ir gebėjimų, gilesniam pažinimui;
- geba pažvelgti į problemas ar situacijas iš naujos perspektyvos, ieško veiksmingo problemos sprendimo būdo, kūrybiškai pritaiko matematines žinias, metodus ir strategijas; kritiškai apmąsto matematinę veiklą ir jos rezultatus matematinio samprotavimo aspektu.

Tikslo ir uždavinių realizacija – dešimt pasiekimų, kuriuos mokiniai palaipsniui išsiugdo per 12 metų (plačiau žr. programos IV skyrių). Jie suskirstyti į tris pasiekimų sritis: *Gilus supratimas ir argumentavimas*, *Matematinis komunikavimas* ir *Problemų sprendimas*.

Pasiekimams įgyti numatytos keturios turinio sritys: *skaičiai ir skaičiavimai*, *modeliai ir sąryšiai*, *geometrija ir matavimai*, *duomenys ir tikimybės*. Kiekvienoje srityje yra išskirtos temos. Nuo pirmos iki dešimtos (II gimnazijos) klasės jos nuosekliai plėtojamos. Temų apimtys skirtingose klasėse varijuoja.Mokymosi turinys sukonstruotas taip, kad kiekvienoje klasėje mokymosi turinio porcija būtų logiškai išbaigta, yra subalansuoti jos vidiniai ir išoriniai ryšiai.

Po dešimtos (II gimnazijos) klasės mokiniai pasirenka, kokiu lygiu – bendruoju ar išplėstiniu – mokysis matematikos III-IV gimnazijos klasėse. Nors turinio sritys šiose klasėse tokios pačios, kaip ir pagrindinėje mokykloje, tačiau dauguma temų iš esmės naujos (žr. 2 lentelę). Modeliuojant jas, programos rengėjai siekė, kad jos būtų nuosekliai ir logiškai plėtojamos III-oje ir IV-oje gimnazijos klasėse ir būtų užtikrinta kuo didesnė dermė tarp bendrojo ir išplėstinio kursų tų pačių sutampančių temų.

Atkreipkime dėmesį, kad šioje programoje, skirtingai nei 2008 ir 2011 metų, kiekvienoje klasėje aprašytas tik tais mokslo metais nagrinėjamas naujas privalomas mokymosi turinys. Pagrindinėje mokykloje jam įsisavinti numatytas 70 proc. viso matematikos mokymuisi skirto laiko limitas. III-IV gimnazijos klasėse programoje pateiktas turinys, kuriam išnagrinėti skiriama 100 proc. mokymosi laiko.

1 lentelė. Matematikos temų plėtojimas 1-10 ir 1- II gimnazijos klasėse.

Turinio sritys	**Temos**	**Klasės**									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Skaičiai ir skaičiavimai	Natūralieji ir sveikieji skaičiai	x	x	x	x	x	x				
	Trupmenos ir dalys		x	x	x	x	x				
	Realieji skaičiai							x	x		
	Finansiniai skaičiavimai	x	x	x	x	x	x	x	x		
Modeliai ir sąryšiai	Dėsningumai	x	x	x	x	x				x	x
	Algebra			x	x	x	x	x	x	x	x
	Tiesiniai ir netiesiniai sąryšiai						x	x	x	x	
Geometrija ir matavimai	Matavimo skalės ir vienetai	x	x	x	x	x					
	Konstravimas	x	x	x	x	x	x	x	x		
	Figūros	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Duomenys ir tikimybės	Duomenys ir interpretavimas	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
	Tikimybės ir interpretavimas			x	x	x	x				x

2 lentelė. Matematikos temų plėtojimas III-IV gimnazijos klasėse.

Turinio sritys	**Temos**	**Bendrasis kursas**		**Išplėstinis kursas**	
		III	**IV**	**III**	**IV**
Skaičiai ir skaičiavimai	Skaičių aibės. Veiksmai su skaičių aibėmis	x		x	
	Realiojo skaičiaus modulis	x		x	
	Laipsniai	x		x	
	Šaknys	x		x	
	Logaritmai	x		x	
	Sinusas, kosinusas ir tangentas	x		x	
Modeliai ir sąryšiai	Progresijos	x		x	
	Funkcijos	x		x	
	Lygtys	x		x	
	Nelygybės	x		x	
	Trigonometrinės lygtys		x		x
	Trigonometrinės nelygybės				x
	Funkcijos išvestinė		x		x

	Pirmykštė funkcija ir integralas				x
Geometrija ir matavimai	Plokštumos vektoriai. Veiksmai su vektoriais			x	
	Vektoriai stačiakampėje koordinačių plokštumoje			x	
	Tiesės, plokštumos, kampai erdvėje		x		x
	Briaunainiai ir sukiniai		x		x
Duomenys ir tikimybės	Įvadas į taikomąją duomenų analizę		x		x
	Tikimybės ir interpretavimas		x		
	Rinkiniai: kėliniai, gretiniai, deriniai				x
	Klasikiniai ir neklasikiniai tikimybiniai modeliai				x
	Atsitiktiniai dydžiai				x

Nors temos Bendrajam ir Išplėstiniam kursui sutampa, tačiau jos skiriasi pločiu ir gyliu. Temų išdėstymą žiūrėti programoje.

Nepamirškime pasirūpinti, kad nagrinėdami naujas temas, mokiniai nuosekliai plėtotų visus dešimt programoje apibrėžtų pasiekimų. Orientacinis laikas pasiekimų ugdymui(si) metų bėgyje galėtų būti toks: *Gilus supratimas ir argumentavimas* (50 proc.), *Matematinis komunikavimas* (40 proc.), *Problemų sprendimas* (10 proc.). Skirkime laiko mokinio turimų pasiekimų diagnostikai. Kaskart įvertinti esamą ir numatyti siekiamą mokinio pasiekimų lygį mokytojui padės pasiekimų lygių aprašai bendrojoje programoje. Naują turinį pritaikykime mokinio turimai patirčiai: sudominkime, skatinkime aktyviai veikti, spręsti problemas, dalintis savo žinojimu, sieti naujas žinias su jau turimomis, anksčiau įgytomis. Pasiūlykime įvairių mokymo priemonių, būdų ir metodų, kurkime įtraukiančias, pozityvią mokymosi patirtį skatinančias aplinkas.

Atkreipkime dėmesį, kad srities *Problemų sprendimas* pasiekimams ugdyti būtina, kad mokiniai turėtų tinkamų įgūdžių veikti kitose dviejose pasiekimų srityse. Juk *Problemų sprendimas* apima įgytų žinių ir gebėjimų taikymą naujomis, klasėje dar nenagrinėtomis aplinkybėmis. Naujumo elementai atsiranda kaskart susidūrus su kitokiu kontekstu, neįprasta užduoties formuluote, netradiciniu klausimu. Pagrindinėje mokykloje mokiniai plėtojo supratimą apie matematikos pasireiškimą keturių rūšių kontekstuose: *asmeniniame, profesiniame, visuomeniniame ir moksliniame*. Sudarykime sąlygas mokiniams ir III-IV gimnazijos klasėse giliau pažinti tiek grynosios, tiek taikomosios matematikos sprendžiamas problemas.

Asmeninio konteksto situacijos apima matematikos taikymą asmens, jo šeimos ar bendraamžių veiklose. Tai situacijos apie maisto gamybą, sportą, keliones, apsipirkimą, žaidimus, sveikatą, sveiką gyvenseną, asmeninį planavimą ir kt. Mokymo(si) turinyje minimas asmeninių finansų kontekstas taip pat priskiriamas šiai kontekstų rūšiai.

Profesiniam kontekstui priskiriamos situacijos, susijusios su profesinių veiklų pasauliu. Tokios užduotys gali būti, pavyzdžiui, apie reikiamų statybinių medžiagų kiekio ir kainos apskaičiavimą bei užsakymą, darbo užmokesčio apskaičiavimą, pridėtinę vertę kuriančias darbo vietas, kokybės kontrolę, apskaitą ir inventorizaciją, architektūrą ir dizainą (darnūs miestai ir gyvenvietės), su darbu susijusių sprendimų priėmimą. Profesinės veiklos kontekstas gali būti susijęs su įvairiausiomis profesijomis – nuo ypatingų įgūdžių nereikalaujančios veiklos iki aukštos kvalifikacijos reikalaujančiomis profesijomis. Svarbu, kad šio konteksto užduotys būtų suprantamai pateiktos atitinkamo amžiaus mokiniams.

Visuomeninio konteksto tematika susijusi su pasaulio, valstybės ar vietos bendruomene. Socialinio konteksto užduotys gali būti, pavyzdžiui, apie rinkimų sistemą, valstybės politiką, viešąjį transportą, demografiją, skurdo ir bado problemas pasaulyje, reklamą, pasaulio bei šalies statistiką ir ekonomiką ir pan. Šio konteksto užduotys turėtų būti orientuotos į visuomenės tendencijas ir perspektyvą.

Mokslinio konteksto situacijos susijusios su gamtos pasauliu, mokslu bei technika. Čia tiktų užduotys apie klimato kaitos prevenciją, darnią energetiką, transportą, aplinkos apsaugą, ekosistemų, biologinės įvairovės apsaugą, mediciną, visatą, genetiką, pažangias technologijas ir inovacijas, įvairius matavimus ir pan. Vidinės integracijos matematikoje atvejai taip pat priskirtini šiam kontekstui

Mokymosi turinio pokyčiai lyginant su 2008 (ir 2011) metų matematikos bendrąja programa

Ankstesnėje vidurinio ugdymo matematikos programoje, matematikos programa buvo pateikta lentele, kurioje aprašoma, kokios turi būti mokinių žinios ir supratimas, kokie ugdomi gebėjimai visoms veiklos sritims; vėliau nurodoma turinio apimtis: užrašoma tema ir atskleidžiama jos apimtis. Mokytojas turinio temų eiliškumą galėjo planuoti savo nuožiūra. Įvedus III-IV gimnazijos klasėje tarpinius įvertinimus nacionaliniu lygmeniu, atnaujintoje vidurinio ugdymo matematikos programoje turinio nuoseklumas būtinas.

III – IV gimnazijos klasė. Bendrasis kursas.

III gimnazijos klasė. Bendrasis kursas.

34.1. Skaičiai, veiksmai, reiškiniai.

Skaičiaus sąvoka yra viena iš svarbiausių matematikos sąvokų. Ji mokykloje plėtojama visus dvylika metų. Šiame skyriuje apibendrinamos ir plėtojamos su realiojo skaičiaus samprata ir su jų veiksmais susijusios žinios. Svarbiausia šiame skyriuje – laipsniai, šaknys, logaritmai ir veiksmai su jais bei trigonometriniai skaičiai. Su laipsniais, šaknimis ir logaritmais dar susitiksime nagrinėdami funkcijas, mokydamiesi spręsti atitinkamas lygtis ir nelygybes. Šiame skyriuje gilinamos 9-10 ir I-II gimnazijos klasėse įgytos žinios apie trigonometrinius skaičius. Įgytų žinių prireiks, nagrinėjant trigonometrines funkcijas, mokantis pertvarkyti trigonometrinius reiškinius, sprendžiant trigonometrines lygtis ir nelygybes.

Formalizuojamos ir apibendrinamos anksčiau įgytos žinios mokant(is) rasti ir užrašyti skaičių aibių ir intervalų sąjungą, sankirtą bei skirtumą.

Pravartu pabrėžti, kad spręsdami lygčių (nelygybių) sistemą, ieškome į sistemą įeinančių lygčių (nelygybių) sprendinių aibių sankirtos.

Galima pratinti mokinius, nurodant lygčių (nelygybių) sprendinius, naudotis aibių simboliais.

Natūraliųjų, sveikųjų, racionaliųjų, iracionaliųjų ir realiųjų skaičių aibių tarpusavio ryšius gebėti apibūdinti naudojantis aibių teorijos simboliais ir žymenimis.

Į atnaujintą pagrindinės mokyklos matematikos programos dalį integruota finansinių skaičiavimų tema. Ji nuosekliai plėtojama nuo 1-os klasės. Tokiu būdu procento sąvokos taikymas III gimnazijos klasėje bus nagrinėjamas įvairiuose kontekstuose. Geri skaičiavimo įgūdžiai yra būtini ir naudingi sprendžiant įvairias praktines ir teorines problemas. Mokoma naudotis sudėtinių procentų formule, sprendžiant realiojo pobūdžio uždavinius.

Sprendžiant su sudėtinių procentų formule susijusius uždavinius, galima gauti lygtį $a^x = b$ ($x \in \mathbf{N}$) kurios sprendinius mokiniai turi gebėti apskaičiuoti naudodamiesi skaičiuotuvu. Sprendžiami su skaičių (dydžių) santykiais, procentais susiję uždaviniai.

Integruotos matematikos ir ekonomikos pamokos: mokoma apskaičiuoti NPD, supažindinama su mokesčiais, pagrindinėmis mokesčių lengvatomis, kiek pavyktų sutaupyti pasinaudojant konkrečia mokesčių lengvata. Supažindinama su investavimu: pavyzdžiai ar uždaviniai kiek investavo, kiek gavo pajamų, kiek reikės sumokėti mokesčių.

Svarbu, kad mokiniai teisingai suprastų santykius, pavyzdžiui, jei $a : b = 2 : 3$, tai $\frac{a}{b} = \frac{2}{3} = \frac{2x}{3x}, a = \frac{2}{3} \cdot b, b = \frac{3}{2} \cdot a$; jei $a = 2x$, tai $b = 3x$.

Promilės ir prabos yra tūkstantosios skaičiaus (dydžio) dalys. Vertėtų paaiškinti mokiniams, kur ir kada jos vartojamos, supažindinti su jų žymėjimu, išspręsti keletą uždavinių.

Apibendrinama laipsnio sąvoka, nagrinėjant laipsnius su racionaliuoju rodikliu. Apibendrinama šaknies sąvoka, nagrinėjant aukštesniojo negu antrojo laipsnio šaknis ir pateikiant ryšį tarp laipsnių ir šaknų.

Įrodykite lygybę $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Apibrėžiami ir nagrinėjami logaritminiai skaičiai. Pateikiant logaritmo apibrėžimą būtina akcentuoti, kad $\log_a b$ yra skaičius, kuriuo pakėlus skaičių a gaunamas skaičius b, t.y. $a^{\log_a b} = b$. Naudojantis šia lygybe (ji vadinama pagrindine logaritmų tapatybe) galima bet kurį teigiamą skaičių b parašyti kaip laipsnį norimu teigiamu, nelygiu 1, pagrindu, pvz., $2 = 3^{\log_3 2}$.
Plėtojant laipsnio ir šaknies sąvokas, apibrėžiant logaritmą būtina atkreipti dėmesį į laipsnio, šaknies ir logaritmo apibrėžimo sritį:
laipsnio a^b prasmingumas priklauso nuo laipsnio rodiklio b: kai $b \in \mathbf{N}$, tai $a \in \mathbf{R}$; kai $b \in \mathbf{Z}$, tai $a \in \mathbf{R}\setminus\{0\}$; kai $b \in \mathbf{Q}, \mathbf{R}$, tai $a > 0$;
šaknies $\sqrt[n]{a}$ prasmingumas priklauso nuo šaknies laipsnio lyginumo – kai šaknies laipsnis yra lyginis, tai pošaknis turi būti neneigiamas, o kai šaknies laipsnis – nelyginis, tai šaknis prasmę turi esant visoms realiosioms pošaknio a reikšmėms;
logaritmas $\log_a b$ prasmingas, kai $a > 0, a \neq 1, b > 0$.
Įrodomos laipsnių, šaknų ir logaritmų bei veiksmų su jais savybės ir mokomasi jomis naudotis, pertvarkant skaitinius reiškinius (šių savybių prireiks sprendžiant tolimesnių skyrių lygtis ir nelygybes).
Primenama iracionaliojo skaičiaus π samprata, paaiškinama šio skaičiaus kilmė bei paskirtis. Rekomenduojama su mokiniais atlikti projektus: aukso pjūvio skaičius Φ (ir jam atvirkštinis skaičius φ), parodant jų kilmę bei taikymus. Aiškinantis, ką parodo dviejų teigiamų skaičių ar dydžių a ir b santykis $a : b = \frac{a}{b}\left(= \frac{ax}{bx}\right), x \neq 0$, nagrinėjant proporcingosios dalybos uždavinį (kaip skaičių, dydį padalyti į dvi ne lygias dalis, kurių viena būtų ne per daug didelė) galima įvesti aukso pjūvio skaičių $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Pravartu aptarti su mokiniais, kad tarp realiųjų skaičių yra tokių, kurie yra nepalyginamai svarbesni už kitus realiuosius skaičius, – tai skaičiai $0;\ 1;\ \Phi;\ \pi;\ e$.
Šiuo skyriumi baigiama pažintis su realiaisiais skaičiais – gilinamos 9-10 ir- I-II gimnazijos klasėje įgytos žinios apie trigonometrinius skaičius.
Naudojantis centriniu kampu apibrėžiamas posūkio kampo (ir geometrinio kampo) dydis laipsniais.
Naudojantis vienetiniu apskritimu apibrėžiami skaičiai, kurie vadinami kampo sinusu ir kosinusu.
Kalbėdami apie vienetinį apskritimą, įrodykite jo lygtį. Taip pat galima įrodyti ir lygtį apskritimo, kurio centras yra taške $(a; b)$, o spindulio ilgis lygus r.
Prisiminkite pagrindinę trigonometrinę tapatybę $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, bei jos įrodymą.
Spręskite uždavinius, kuriuose reikia apskaičiuoti $\cos\alpha$ $(\sin\alpha)$ reikšmę, žinant $\sin\alpha$ $(\cos\alpha)$ reikšmę ir ketvirtį, kuriam priklauso kampas α.
Apibrėžkite skaičius $\arcsin a$, $\mathrm{accos}\, a$ ir $\mathrm{arctg}\, a$.
Prisiminkite to paties kampo tangento, sinuso ir kosinuso sąryšį $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
Spręskite uždavinius, kuriuose reikia apskaičiuoti $\mathrm{tg}\,\alpha$ reikšmę, žinant $\mathrm{tg}\,\alpha$ reikšmę ir ketvirtį, kuriam priklauso kampas α.
Daugiausia dėmesio skirkite:
skaičių, kuriuos patogu vadinti trigonometriniais ($\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha$, $\arcsin a$, $\arccos a$, $\mathrm{arctg}\, a$), sampratai;
praktiniam skaičiavimui tikslių ir apytikslių sinuso, kosinuso, tangento ir arksinuso, arkkosinuso ir arktangento reikšmių.
Trigonometrija šioje programoje padalyta į dvi dalis: III - oje gimnazijos klasėje - trigonometriniai skaičiai ir trigonometrinės funkcijos; IV- oje gimnazijos klasėje - trigonometriniai reiškiniai ir trigonometrinės lygtys.

34.2. Modeliai ir sąryšiai
Progresijos.
Šiame skyrelyje apibrėžiama aritmetinė progresija ir geometrinė progresija. Įrodomos aritmetinės ir geometrinės progresijų n-tojo nario formulės, pirmųjų n narių sumos formulės, kiekvienos progresijos pagrindinė (viduriniojo nario) savybė.
Sprendžiami nesudėtingi įvairaus konteksto uždaviniai.

Atliekami kūrybiniai projektiniai darbai: Fibonačio skaičių seka, Kocho snaigė, vežlio ir bėgiko problema. Fibonačio skaičių seka mokiniai gali pasidomėti savarankiškai, pavyzdžiui, parengti referatą.
Kocho snaigės perimetras begalinis, o plotas – baigtinis. Pravartu būtų rasti perimetro ir ploto priklausomybę nuo žingsnių skaičiaus bei apskaičiuoti Kocho snaigės plotą.
Vėžlio ir bėgiko uždavinys gali padėti įsitikinti, kad $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ \dots = 1$.

Funkcijos.

Su funkcijos sąvoka supažindinama 10 ir II-oje gimn. klasėje, joje nagrinėjamos tiesinė $f(x) = kx + b$ ir kvadratinė $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a, b, c, k \in \mathbf{R},\ a \neq 0)$ funkcijos. III - oje gimnazijos klasėje susipažįstama su funkcijomis $y = f(x)$, kurių $f(x) = |x|,\ x^n,\ \sqrt[n]{x}\ ,\ a^x,\ \log_a x,\ \sin x,\ \cos x,\ \operatorname{tg} x,\ n \in \mathbf{N}, n > 1, a > 0, a \neq 1$. Mokiniai turi žinoti šių funkcijų: grafikų eskizus, grafikų ir koordinačių ašių bendrųjų taškų koordinates, apibrėžimo, reikšmių sritis, nepriklausomojo kintamojo x reikšmių intervalus, kuriuose: funkcijos reikšmės (y) yra teigiamos/neigiamos; funkcijos reikšmės didėja/mažėja.
Pagrindiniai terminai ir žymenys: funkcija $y = f(x)$ – funkcija ygrek lygu ef nuo iks; $f(x)$ – funkcijos reiškinys, x – funkcijos nepriklausomasis kintamasis (argumentas), y – funkcijos priklausomasis kintamasis (funkcijos reikšmė). Kai funkcija nurodyta reiškiniu, tai lygybė $y = f(x)$ vadinama funkcijos lygtimi. Koordinačių plokštumos taškai, kurių koordinatės yra $(x; y)$ sudaro funkcijos $y = f(x)$ grafiką (tikslaus funkcijos grafiko praktiškai neįmanoma nubraižyti, todėl geriau vartoti grafiko eskizo sąvoką). Mokykloje grafikai dažniausiai braižomi stačiakampėje Dekarto koordinačių plokštumoje OXY.
Apibendrinamos ir įtvirtinamos turimos žinios:
nagrinėjant laipsninę funkciją $f(x) = x^{-1}$ paaiškinama, kad ją galima užrašyti $f(x) = \frac{k}{x},\ k = 1$ ir nagrinėti atvejus, kai $k \in \mathbf{Z}\backslash\{0\}$ (kai $x > 0$). Funkcija, kurią galima užrašyti $f(x) = \frac{k}{x}$ $(k \neq 0)$, vadinama atvirkščiuoju proporcingumu;
apibrėžiant su funkcijomis susijusias sąvokas: teigiamoji funkcija; neigiamoji funkcija; funkcijos nuliai; didėjančioji funkcija; mažėjančioji funkcija; pastovioji funkcija; lyginė funkcija; nelyginė funkcija; nei lyginė, nei nelyginė funkcija; periodinė funkcija; didžiausioji funkcijos reikšmė; mažiausioji funkcijos reikšmė;
nagrinėjant funkcijų grafikų transformacijas;
grafiškai sprendžiant lygtis ir nelygybes.
III gimn. klasės atnaujintoje programa nėra atvirkštinės funkcijos sąvokos, bet atkreipiamas dėmesys į tai, kad funkcijų $f(x) = x^2, x \geq 0$ ir $f(x) = \sqrt{x}$; $f(x) = x^3$ ir $f(x) = \sqrt[3]{x},\ f(x) = a^x$ ir $f(x) = \log_a x$ grafikai yra simetriški tiesės $f(x) = x$ atžvilgiu.

Lygtys.

Mokomasi spręsti įvairias lygtis (išskyrus trigonometrines), lygčių sistemas, tekstinius uždavinius. Daugiau dėmesio siūloma skirti įvairaus konteksto situacijų modeliavimui įvairiomis lygtimis ir lygčių sistemomis. Mokiniai turi gebėti aprašyti realias situacijas lygtimis (tiesine, kvadratine, racionaliąja), lygčių sistemomis ir vertinti gautus rezultatus. Mokiniams svarbu suvokti, kad kuo daugiau lygčių bei sistemų modelių, jų sprendimo būdų ir algoritmų geba taikyti, tuo didesnį pasirinkimą turi spręsdami įvairias problemas.
Teisinga lygybė $f(x) = g(x)$, kurios abi pusės yra teigiamos, išliks teisinga, kai:
iš abiejų jos pusių ištrauksime šaknį;
abi jos puses pakelsime tuo pačiu laipsniu;
rasime abiejų pusių logaritmą tuo pačiu pagrindu.
Pratinkite mokinius gautus lygties sprendinius tikrinti (kai tai nėra per daug sudėtinga), įrašant juos į pradinę lygtį.
Perranka – teisėtas lygčių sprendimo būdas.
Šiame skyriuje lygtis mokoma spręsti algebriškai.
Sprendžiami uždaviniai, susiję su reiškinių, kuriuose yra šaknų ir logaritmų, apibrėžimo srities apskaičiavimu.
Aptarkite su mokiniais formaliąją lygčių teorijos pusę, supažindinkite mokinius su terminais, žymenimis, lygčių tipais, sprendimo būdais.
Sąvokos ir žymenys: $f(x) = g(x)$ – lygtis (lygtis su vienu nežinomuoju); x – lygties nežinomasis, $f(x)$ – lygties kairiosios pusės reiškinys, $g(x)$ – lygties dešniosios pusės reiškinys; lygties nežinomojo reikšmės,

su kuriomis lygties kairiosios ir dešiniosios pusių reiškiniai turi prasmę, vadinama lygties apibrėžimo sritimi; lygties nežinomojo reikšmė, kuriai esant lygtis tampa teisinga skaitine lygybe, vadinama lygties sprendiniu; išspręsti lygtį – reiškia rasti visus lygties sprendinius arba įrodyti, kad lygtis sprendinių neturi; ekvivalenčiosios lygtys – lygtys, kurių sprendinių aibės sutampa.
Ekvivalentusis lygties pertvarkis – lygties pertvarkis, nekeičiantis lygties sprendinių aibės.
$f(x, y) = 0$ – lygtis su dviem nežinomaisiais, x, y – lygties nežinomieji, $f(x, y)$ – lygties reiškinys; $ax + by + c = 0$ – tiesės lygtis (bendroji tiesės lygtis), $a, b, c \in \mathbf{R}$; $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ – apskritimo lygtis, $(a; b)$ – apskritimo centro koordinatės, r – apskritimo spindulio ilgis, $a, b, c, r \in \mathbf{R},\ r > 0$.
Pakartojamas ir plėtojamas pagrindinėje mokykloje nagrinėtų tiesinių ir kvadratinių lygčių sprendimas. Jis formalizuojamas pateikiant parametrinių lygčių $ax + b = 0, ax^2 + bx + c = 0$ $(a, b, c \in \mathbf{R}, a, b, c -$ lygties parametrai, $x -$ lygties nežinomasis) sprendinių formules.

Tiesinė (pirmojo laipsnio) lygtis $ax + b = 0$, priklausomai nuo a, b reikšmių, gali turėti vieną sprendinį, neturėti sprendinių, turėti be galo daug sprendinių – jos sprendinių aibė gali būti realiųjų skaičių aibė.
Parametrinėje lygtyje $ax^2 + bx + c = 0$ parametro a reikšmė gali būti lygi nuliui, tada lygtis tampa pirmojo laipsnio lygtimi $bx + c = 0$.
Pagrindinio ugdymo programos dalyje nenurodyta mokyti spręsti kvadratines lygtis, skaidant dauginamaisiais ir naudojantis sandaugos lygios 0 savybe, todėl šios savybės mokiniai gali ir nežinoti.
Mokomasi spręsti bikvadratines lygtis $ax^4 + bx^2 + c = 0$ $(a, b \neq 0)$, įvedant naują nežinomąjį.

Pakartojamos, apibendrinamos ir plėtojamos žinios, susijusios su lygtimis, kurių nežinomasis yra trupmenos(ų) vardiklyje(iuose) – trupmeninės racionaliosios lygtys. Praktikuojamasi jas spręsti suteikiant pavidalą $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$, o tada pasinaudojant trupmenos lygios 0 savybe, nepamirštant, kad trupmena neturi prasmės, kai jos vardiklis lygus 0.

Tokias lygtis mokiniai jau mokėsi spręsti todėl parenkant uždavinius reikia atsižvelgi į mokinių turimas žinias, bet pradėti reikia nuo pačių paprasčiausių lygčių. Šiose lygtyse atsiranda būtinybė atsižvelgti į lygties apibrėžimo sritį. Patartina sprendimo pradžioje nurodyti lygties apibrėžimo sritį, užrašant $g(x) \neq 0$, o sprendimo pabaigoje – patikrinti, ar gautos lygties nežinomojo reikšmės ją tenkina.
Mokomasi spręsti lygtis, kurių nežinomasis yra pošaknyje, t. y. jos vadinamos iracionaliosiomis lygtimis).

Pakartokite kvadratinės šaknies sampratą ($\sqrt{x}$ yra neneigiamas skaičius, kurio antrasis laipsnis lygus x, t.y. $(\sqrt{x})^2 = x, \sqrt{x} \geq 0$; kvadratinės šaknies pošaknis negali įgyti neigiamų reikšmių, t.y. $x \geq 0$) ir $\sqrt{x^2} = |x|$.

Sprendžiant tokias iracionaliąsias lygtis patogu naikinti šaknį, keliant lygties abi puses antruoju laipsniu, bet šis veiksmas yra tapatusis lygties pertvarkis tik, kai lygties abi pusės yra neneigiamos; neatsižvelgus į tai galima gauti skaičius, kurie nėra pradinės lygties sprendiniai.
Iracionaliosios lygties apibrėžimo srities suradimas dar negarantuoja, kad tarp gautųjų sprendinių nebus pašalinių, todėl juos būtina tikrinti, įrašant į pradinę lygtį.
Skirkite laiko ir paprastoms aukštesnio negu antrojo laipsnio lygtims.
Nagrinėjamos nesudėtingos lygtys, kurių nežinomasis yra laipsnio (laipsnių) rodiklyje (rodikliuose) – tokios lygtys vadinamos rodiklinėmis. Aiškinamasi, kad rodiklines lygtis patogu spręsti suteikiant joms pavidalą $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (kai tai įmanoma).

Mokomasi spręsti rodiklines lygtis, kurias patogu spręsti įvedant naują nežinomąjį. Sprendžiant šias lygtis reikės laipsnių savybių.
Mokiniams reikia priminti ne tik laipsnių savybes, bet ir pagrindinę logaritmų tapatybę.

Nagrinėjamos nesudėtingos lygtys, kurių nežinomasis yra logaritmo(ų) reiškinyje(iuose) – tokios lygtys vadinamos logaritminėmis. Aiškinamasi, kad logaritmines lygtis patogu spręsti suteikiant joms pavidalą $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ (kai tai įmanoma). Diskutuojama, kada ir kodėl būtina atsižvelgti į logaritmo apibrėžimo sritį, tikrinti gautus sprendinius (juos įrašant į duotąją lygtį).

Primenama ir aiškinamasi, kad lygtyje gali būti ir daugiau negu vienas nežinomasis, pateikiant mokiniams žinomų lygčių su dviem nežinomaisiais pavyzdžių: $ax + by + c = 0,\ a, b, c \in \mathbf{R},$ – tiesės lygtis;

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ – apskritimo lygtis bei mokomasi rasti ir užrašyti tokios lygties kelis sprendinius bei sprendinių aibę.

Šių lygčių sprendinius – taškų $(x; y)$ poras – pavaizdavus stačiakampės koordinačių sistemos taškais gaunamas lygties sprendinių grafikas (atitinkamai tiesė ir apskritimas).
Lygtis $ax+by+c=0$ nusako visas plokštumos tieses, o lygtis $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ – visus plokštumos apskritimus.

Kalbant apie tiesės lygtį pravartu būtų spręsti uždavinius, kuriuose reikia nurodyti tik sveikąsias jos sprendinių poras ir mokyti užrašyti visus sprendinius.

Tekstiniai uždaviniai, sprendžiami šiame skyriuje gali būti patys įvairiausi (paprasti), pavyzdžiui, susiję su natūraliaisiais skaičiais, judėjimo, darbo uždaviniai.

Nelygybės.
Pirmiausia pakartojamas tiesinių nelygybių sprendimas ir antrojo laipsnio nelygybių $ax^2+bx+c \gtreqless 0$ sprendimas.

Pravartu nelygybių sprendinius pavaizduoti skaičių tiesėje ir nubraižyti eskizą grafiko
$y=ax+b$ ($y=x^2+bx+c$).

Mokoma spręsti trupmenines racionaliąsias nelygybes, suteikiant joms pavidalą $\frac{f(x)}{g(x)} \gtreqless 0$, o tada naudojantis intervalų metodu arba nelygybę keičiant nelygybių sistemų visuma. Diskutuojama, kodėl trupmeninę racionaliąją nelygybę nepatartina spręsti naikinant vardiklius, t.y. ją dauginant iš nelygybę sudarančių trupmenų bendrojo vardiklio. Aptariamas intervalų metodo prasmingumas, pranašumas prieš nelygybių sistemų sudarymo metodą.

Mokoma spręsti nesudėtingas rodiklines nelygybes, suteikiant joms pavidalą $a^{f(x)} \gtreqless a^{g(x)}$, o tada, atsižvelgus į laipsnio pagrindą, pereinant prie rodiklių nelygybės. Būtų gerai, kad mokiniai suprastų, kodėl kai $a>1$, tai pereinant prie rodiklių nelygybės nelygybės ženklas nesikeičia, o kai $0<a<1$ – keičiasi (kai $a>1$, tai funkcija $f(x)=a^x$ yra didėjančioji, o kitu atveju – mažėjančioji).

Nagrinėjamos nesudėtingos nelygybės, kurių nežinomasis yra logaritmo (logaritmų) reiškinyje (reiškiniuose). Aiškinamasi, kad tokias nelygybes patogu spręsti suteikiant joms pavidalą $\log_a f(x) \gtreqless \log_a g(x)$, o tada pereinant prie logaritmų reiškinių nelygybės. Diskutuojama, kada ir kodėl būtina atsižvelgti į logaritmo apibrėžimo sritį.

Nagrinėjamas grafinis nelygybių sprendimo būdas.

Sprendžiamos dviejų nelygybių sistemos, kai abi nelygybės yra tiesinės arba viena nelygybė yra tiesinė, o kita – kvadratinė.

Rekomendacijos pereinamąjam laikotarpiui. III gimnazijos klasėje mokiniai bus praleidę visą planimetrijos skyrių (planimetrijos mokymasis baigiamas 10 ir II gimnazijos klasėje, o III – IV gimnazijos klasėje lieka tik erdvinės figūros). Vadinasi reikės laiko planimetrijai mokyti.

Rekomenduojamas modulis. Planimetrija ir plokštumos figūros. **(24 pamokos)**
Atnaujintoje pagrindinio ugdymo programoje turinio sritis „Geometrija ir matavimai“ gerokai pasikeitusi. Visa planimetrija ir plokštumos figūros baigiamos nagrinėti pagrindinėje mokykloje. Šiame, III - IV gimnazijos klasių, Matematikos programoje nenumatyta nagrinėti plokštumos geometrijos. Rekomenduojame viduriniame ugdyme pasiūlyti modulį „Planimetrija ir plokštumos figūros“. Modulio pamokose įgytų žinių reikės, mokantis stereometrijos kurso. Geometrijos temos itin palankios mokinių samprotavimo, argumentavimo gebėjimų ugdymui. Svarbiausias naujas akcentas šiose temose – gerokai didesnis dėmesys matematinių teiginių formulavimui, pagrindimui, mokymuisi nuosekliai ir logiškai samprotauti. Daug dėmesio skiriama mokyklinės geometrijos, kaip abstrakčiojo mokomojo dalyko, loginės struktūros, sandaros pateikimui (pirminės sąvokos ir apibrėžimai, aksiomos ir teoremos, teiginiai ir

įrodymai). Mokomasi remtis apibrėžimais ir įrodytais teiginiais sprendžiant įvairius matematinio ir realaus konteksto uždavinius, įrodinėjant kitus teiginius.
Modulio „Planimetrija ir plokštumos figūros“ programos pagrindiniai tikslai:
apibendrinti ir susisteminti pagrindinėje mokykloje nagrinėtą plokštumos geometrijos kursą; mokytojas turi labai kruopščiai apgalvoti visą kartojimo sistemą. Kartojimo privalumas - mokiniams lengviau pamatyti kursą kaip visumą, paaiškėja giliam suvokimui svarbūs modeliai ir panašumai. Kartojimas gali būti panaudotas tam, kad mokiniai nagrinėdami ankstesnę situaciją, atrastų naujus problemų sprendimo būdus. Pavyzdžiui, vienu uždaviniu galima pakartoti daug planimetrijos žinių;

mokytis įrodyti pagrindinėje mokykloje naudotas teoremas ir formules;
praktikuotis, sprendžiant įvairius su plokštumos figūromis susijusius uždavinius.
Geometrijos kurso sandarą nusakyti galima taip: įvardijamos pagrindinės-pirminės geometrinės figūros, sąvokos (jos neapibrėžiamos, bet galima bandyti jas apibūdinti) – taškas, tiesė ir plokštuma; naudojantis pirminėmis figūromis, sąvokomis formuojamos kitos figūros, apibrėžiamos kitos sąvokos – spindulys, atkarpa, kampas, ... (pateikiami jų apibrėžimai); įvardijamos aksiomos (teiginiai, kurie laikomi teisingais be įrodymo), pavyzdžiui: *per du taškus galima nubrėžti vienintelę tiesę; plokštumoje per tašką, nepriklausantį tiesei, galima nubrėžti vienintelę tiesę, lygiagrečią su ta tiese*; naudojantis apibrėžimais ir aksiomomis įrodomos teoremos, kuriomis naudojantis įrodomos naujos teoremos.
Skirkite laiko ir pastangų mokydami įrodyti ankstesnėse klasėse išeitas formules ir teoremas, pavyzdžiui: trikampio, keturkampio, n-kampio kampų dydžių sumos formules; trikampio, lygiagretainio, trapecijos, keturkampio plotų formules; Pitagoro ir jai atvirkštinę teoremas; su stačiojo trikampio aukštine, nubrėžta į įžambinę, susijusias teoremas ir formules; trikampių lygumo ir panašumo požymius; lygiašonio trikampio, lygiagretainių, lygiašonės trapecijos savybes; sinusų ir kosinusų teoremas; trikampio ir trapecijos vidurio linijų savybes; stačiojo trikampio statinio, esančio prieš $30°$ kampą, savybę; Talio ir jai atvirkštinę teoremas; tikampio pusiaukraštinių savybę; kampo pusiaukampinės savybę; atkarpos vidurio statmens savybę; įbrėžtinių kampų savybę; susikertančių stygų savybę; liestinių, einančių per vieną tašką, savybę.
Kartais neskiriamos sąvokos – savybė ir požymis. Pavyzdžiui, lygiagretainio savybės: priešingos kraštinės yra lygios, priešingi kampai yra lygūs, įstrižainių susikirtimo taškas jas dalija pusiau; o lygiagretainio požymiai: keturkampis, turintis arba lygias priešingas kraštines, arba lygius priešingus kampus, arba įstrižaines, kurių susikirtimo taškas jas dalija pusiau, yra lygiagretainis.
Kartais mokiniams susidaro klaidingas įspūdis, kad įrodymai – tai tik geometrijos kurso dalis.
Kartojamas, apibendrinamas ir plėtojamas anksčiau išeitas su plokštumos figūrų lygumu ir panašumu susijęs kursas.
Priminkite, pasakykite ir pagrįskite mokiniams, kad:
lygiakraščiai trikampiai yra panašūs; kvadratai yra panašūs; taisyklingieji daugiakampiai yra panašūs; apskritimai (skrituliai) yra panašūs; skritulių vienodo dydžio išpjovos yra panašios;
turimai figūrai panašias figūras galima gauti naudojantis didinamuoju stiklu;
panašių figūrų atitinkamų atkarpų ilgių santykis lygus panašumo koeficientui, plotų santykis – panašumo koeficiento antrajam laipsniui, o dar galima pridurti, kad panašių erdvinių figūrų tūrių santykis lygus panašumo koeficiento trečiajam laipsniui;
Figūrų lygumas yra atskiras panašumo atvejis ($k = 1$).
Prisimenama, pakartojama ir plėtojama pagrindinėje mokykloje nagrinėtos apskritimo ir kitų geometrinių figūrų (tiesės, kampo, trikampio, keturkampio) tarpusavio padėtys, prisimenamos ir įrodomos formulės bei teoremos, sprendžiami uždaviniai.
Nagrinėjami taisyklingieji daugiakampiai, įsitikinant kad jie turi įbrėžtinius ir apibrėžtinius apskritimus; nagrinėjamos dviejų ar daugiau apskritimų tarpusavio padėtys (koncentriniai, susikertantys, besiliečiantys iš vidaus / išorės). Įrodomi su tuo susiję teiginiai, sprendžiami uždaviniai.
Įrodomos Sinusų ir Kosinusų teoremos, sprendžiami uždaviniai.

IV gimnazijos klasė. Bendrasis kursas.
36.1. Modeliai ir sąryšiai.

Trigonometrinės lygtys.

Naudojantis programoje surašytomis formulėmis, numatyta prisiminti ir apibendrinti šį skyrių, kurio pagrindiniai tikslai yra:

įrodyti programoje surašytas formules ir naudojantis jomis, mokytis pertvarkyti trigonometrinius reiškinius;
spręsti paprasčiausias trigonometrines lygtis, naudojantis lygčių sprendinių formulėmis;
tyrinėti įvairių trigonometrinių funkcijų ir jų grafikų savybes.

Funkcijos išvestinė.

Šiame skyriuje jokių programos pakeitimų, lyginant su ankstesne, nėra.
Atkreipkite dėmesį, kad prieš skaičiuojant funkcijos išvestinę, būtina atlikti algebrinių reiškinių pertvarkius.
Paaiškinkite funkcijos geometrinę ir fizikinę prasmę.
Tirkite ir braižykite funkcijų (ne aukštesnės negu trečiojo laipsnio daugianaris) grafikų eskizus.

36.2. Geometrija ir matavimai.

Briaunainiai ir sukiniai.

Nagrinėjant stereometriją mokiniams padės planimetrijos žinios. Skirkite laiko pakartoti ir susisteminti: trikampio, keturkampio, *n*-kampio kampų dydžių sumos formules; trikampio, lygiagretainio, trapecijos, keturkampio plotų formules; Pitagoro ir jai atvirkštinę teoremas; su stačiojo trikampio aukštine, nubrėžta į įžambinę, susijusias teoremas ir formules; trikampių lygumo ir panašumo požymius; lygiašonio trikampio, lygiagretainių, lygiašonės trapecijos savybes; Sinusų ir Kosinusų teoremas; trikampio ir trapecijos vidurio linijų savybes; stačiojo trikampio statinio, esančio prieš 30° kampą, savybę; Talio ir jai atvirkštinę teoremas; trikampio pusiaukraštinių savybę; kampo pusiaukampinės savybę; atkarpos vidurio statmens savybę; įbrėžtinių kampų savybę; susikertančių stygų savybę; liestinių, einančių per vieną tašką, savybę.

Šiame skyriuje aptariamos programoje surašytos stereometrijos aksiomos ir teoremos. Nagrinėjamos erdvės tiesių ir plokštumų tarpusavio padėtys, atstumai ir kampai erdvėje. Apibrėžiamas dvisienis kampas ir mokomasi jį rasti. Apibrėžiams statmuo plokštumai, pasviroji plokštumai ir jos statmenoji projekcija plokštumoje. Supažindinama su tiesės ir plokštumos statmenumo požymiu, tiesės ir plokštumos lygiagretumo požymiu.
Tai pamokos, skirtos erdvės geometrijos apibrėžimams, žymenims, aksiomoms ir teoremoms.
Susivokti erdvėje padeda stačiakampio gretasienio modelis: briaunos nusako tieses, sienos – plokštumas.
Klasifikuojami erdviniai kūnai: briaunainiai: prizmės (statieji gretasienai, stačiakampiai gretasieniai), taisyklingosios piramidės; sukiniai: ritiniai, kūgiai, sferos ir rutuliai. Jie apibūdinami, vaizduojami, braižomos paviršių išklotinės.

Apibrėžiamos su erdviniais kūnais susijusios sąvokos. Sprendžiant uždavinius, mokomasi apskaičiuoti erdvinių kūnų paviršių plotus ir tūrius (pateikiamos ir aptariamos jų skaičiavimo formulės), briaunų, aukštinių ir kitus ilgius bei atstumus, kampų dydžius.
Klasikinė, tradicinė, paviršių plotų ir tūrių formulių taikymu pasižyminti tema. Su kai kuriomis formulėmis mokiniai bus susipažinę, bet pateikti ir aptarti reikia visas. Aptariama ir mokomasi pavaizduoti sukinių ašinius pjūvius; taisyklingosios keturkampės prizmės įstrižinį pjūvį; taisyklingosios keturkampės piramidės įstrižinį pjūvį. Sprendžiami įvairūs su briaunainių ir sukinių pjūviais susiję uždaviniai.

36.3. Duomenys ir tikimybės.

Įvadas į taikomąją duomenų analizę.

Ši tema atnaujintoje programoje yra nauja savo turiniu.
Kombinatorika. Apibrėžiami rinkiniai, pateikiami jų pavyzdžiai, mokomasi apskaičiuoti rinkinių skaičių.

Jei anksčiau nepateikėte natūraliojo skaičiaus faktorialo apibrėžimo ir žymėjimo, tai dabar tą reikia padaryti.
Sprendžiant kombinatorikos uždavinius, pagrindinė pagalbininkė yra vadinamoji kombinatorinė daugybos taisyklė.

Nepraleiskite tokių uždavinių:
kiek yra natūraliųjų vienženklių, dviženklių, triženklių, n-ženklių skaičių; kiek žodžių galima sudaryti perstatant duoto žodžio raides vietomis, kai: žodžio visos raidės skirtingos?

Atkreipkite mokinių dėmesį į tai, kaip skiriasi rinkinių skaičiaus skaičiavimas, kai rinkiniai sudaromi elementus imant iš vienos aibės; iš skirtingų aibių.
Tikimybės ir interpretavimas.

Pradedame nuo pradžių – klasikinis tikimybinis bandymas, jo baigtys, įvykiai, įvykio tikimybė (sąvokos, apibrėžimai, savybės, uždaviniai).

Tarpusavyje nesutaikomi įvykiai (A ir B) – apibrėžimas, savybė (formulė $\mathbf{P}(A \text{ arba } B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B)$), uždaviniai.
Tarpusavyje nepriklausomi įvykiai – apibrėžimas, savybė (formulė $\mathbf{P}(A \text{ ir } B) = \mathbf{P}(A) \cdot \mathbf{P}(B)$), uždaviniai.

III – IV gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas.

III gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas.
35.1. Skaičiai ir skaičiavimai.
Skaičiaus sąvoka yra viena iš svarbiausių matematikos sąvokų. Ji mokykloje plėtojama visus dvylika metų. Šiame skyriuje apibendrinamos ir plėtojamos su realiojo skaičiaus samprata ir su jų veiksmais susijusios žinios. Svarbiausia šiame skyriuje – laipsniai, šaknys, logaritmai ir veiksmai su jais bei trigonometriniai skaičiai. Su laipsniais, šaknimis ir logaritmais dar susitiksime nagrinėdami funkcijas, mokydamiesi spręsti atitinkamas lygtis ir nelygybes. Šiame skyriuje gilinamos 9-10 ir I-II gimn. klasėje įgytos žinios apie trigonometrinius skaičius. Įgytų žinių reikės, nagrinėjant trigonometrines funkcijas, mokantis pertvarkyti trigonometrinius reiškinius, sprendžiant trigonometrines lygtis ir nelygybes.
Formalizuojamos ir plėtojamos anksčiau įgytos žinios mokant(is) rasti ir užrašyti skaičių aibių ir intervalų sąjungą, sankirtą bei skirtumą; apskaičiuoti skaičių aibės, turinčios n elementų, poaibių skaičių.
Spręsdami lygčių (nelygybių) sistemą, ieškome į sistemą įeinančių lygčių (nelygybių) sprendinių aibių sankirtos.
Nurodant lygčių (nelygybių) sprendinius, naudotis aibių simboliais.
Natūraliųjų, sveikųjų, racionaliųjų, iracionaliųjų ir realiųjų skaičių aibių tarpusavio ryšius gebėti apibūdinti naudojantis aibių teorijos simboliais ir žymenimis.
Teiginį, kad n elementė aibė turi 2^n poaibių pravartu įrodyti naudojantis kombinatorine daugybos taisykle
Aiškinamasi realiojo skaičiaus modulio samprata.
Įrodoma sudėtinių procentų formulė ir mokoma ja naudotis, sprendžiant realiojo pobūdžio uždavinius.
Sprendžiant su sudėtinių procentų formule susijusius uždavinius, galima gauti lygtį $a^x = b$ ($x \in \mathbf{N}$), kurios sprendinius mokiniai turi gebėti gauti nesinaudodami logaritmu. Bet, esant progai, būtų pravartu užrašyti, kad $x = \log_a b$ (juo labiau, kad logaritmai atsiras jau šiame skyriuje).y
Sprendžiami su skaičių (dydžių) santykiais, procentais, promilėmis ir prabomis susiję uždaviniai: džiovinimo-drėkinimo, lydinių-mišinių-tirpalų.
Šių temų uždaviniai priklauso nuo pagrindinėje mokykloje nagrinėjamų uždavinių.
Svarbu, kad mokiniai teisingai suprastų santykius, pavyzdžiui:
jei $a : b = 2 : 3$, tai $\frac{a}{b} = \frac{2}{3} = \frac{2x}{3x}, a = \frac{2}{3} \cdot b, b = \frac{3}{2} \cdot a$; kai $a = 2x$, tai $b = 3x$.
Sprendžiant džiovinimo-drėkinimo uždavinius, svarbiausia yra suvokti, kad medžiagai drėkstant arba džiūstant, sausųjų medžiagų kiekis nekinta.
Promilės ir prabos yra tūkstantosios skaičiaus (dydžio) dalys. Vertėtų paaiškinti mokiniams, kur ir kada jos vartojamos, supažindinti su jų žymėjimu, išspręsti keletą uždavinių.
Integruotos matematikos ir ekonomikos pamokos: mokoma apskaičiuoti NPD, supažindinama su mokesčiais, pagrindinėmis mokesčių lengvatomis, kiek pavyktų sutaupyti pasinaudojant konkrečia mokesčių lengvata. Supažindinama su investavimu: pavyzdžiai ar uždaviniai kiek investavo, kiek gavo pajamų, kiek reikės sumokėti mokesčių.

Apibendrinama laipsnio sąvoka, nagrinėjant laipsnius racionaliuoju-trupmeniniu rodikliu ir pateikiant laipsnio iracionaliuoju bei realiuoju rodikliu sampratą.
Aiškinantis laipsnio iracionaliuoju rodikliu prasmę pravartu pasitelkti skaičiavimo priemones.
Plėtojama šaknies sąvoka, nagrinėjant aukštesniojo negu antrojo laipsnio šaknis ir pateikiant ryšį tarp laipsnių ir šaknų.
Įrodykite lygybę $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.
Apibrėžiami ir nagrinėjami logaritminiai skaičiai.
Pateikiant logaritmo apibrėžimą būtina akcentuoti, kad $\log_a b$ yra skaičius, kuriuo pakėlus skaičių a gaunamas skaičius b, t.y. $a^{\log_a b} = b$.
Naudojantis lygybe $a^{\log_a b} = b$ (ji vadinama pagrindine logaritmų tapatybe), galima bet kurį teigiamą skaičių b parašyti kaip laipsnį norimu teigiamu, nelygiu 1, pagrindu, pvz., $2 = 3^{\log_3 2}$.
Plėtojant laipsnio ir šaknies sąvokas, apibrėžiant logaritmą būtina atkreipti dėmesį į laipsnio, šaknies ir logaritmo apibrėžimo sritį:
laipsnio a^b prasmingumas priklauso nuo laipsnio rodiklio b: kai $b \in \mathbf{N}$, tai $a \in \mathbf{R}$; kai $b \in \mathbf{Z}$, tai $a \in \mathbf{R}\setminus\{0\}$; kai $b \in \mathbf{Q}, \mathbf{R}$, tai $a > 0$;
šaknies $\sqrt[n]{a}$ prasmingumas priklauso nuo šaknies laipsnio lyginumo – kai šaknies laipsnis yra lyginis, tai pošaknis turi būti neneigiamas, o kai šaknies laipsnis – nelyginis, tai šaknis prasmę turi esant visoms realiosioms pošaknio a reikšmėms;
logaritmas $\log_a b$ prasmingas, kai $a > 0, a \neq 1, b > 0$.
Šiame skyriuje sprendžiami uždaviniai, susiję su reiškinių, kuriuose yra šaknų ir logaritmų, apibrėžimo srities apskaičiavimu.
Įrodomos modulio, laipsnių, šaknų ir logaritmų bei veiksmų su jais savybės ir mokomasi jomis naudotis, pertvarkant skaitinius ir raidinius reiškinius (šių savybių prireiks sprendžiant tolimesnių skyrių sudėtingesnes lygtis ir nelygybes).
Lygybėje $\log_c(a \cdot b) = \log_c|a| + \log_c|b|$, kuri vadinama sandaugos logaritmo savybe, modulio ženklai reikalingi, kai skaičiai a, b abu yra neigiami $(a, b < 0)$, o lygybėje $\log_c a + \log_c b = \log_c(a \cdot b)$, kuri vadinama logaritmų sumos savybe, modulių nereikia; lygybė $\log_c a + \log_c b = \log_c(a \cdot b)$ yra tapatybė, kai $a, b > 0$.
Logaritmų savybės $\log_c(a \cdot b) = \log_c|a| + \log_c|b|$, $\log_c(a : b) = \log_c|a| - \log_c|b|$, $\log_c(a^b) = b \cdot \log_c|a|$ įgalina sandaugą pakeisti suma, dalmenį – skirtumu, laipsnį – sandauga.
Primenama iracionaliojo skaičiaus π samprata ir pateikiama iracionaliojo skaičiaus e samprata, įvedant ribos žymenį ($\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n = \mathrm{e} \approx 2{,}7128\,...$), paaiškinama šių skaičių kilmė bei paskirtis.
Įvedant ribos simbolį, naudinga panagrinėti keletą begalinių sekų, pavyzdžiui, natūraliųjų skaičių seką; seką skaičių $\frac{1}{n}$, atvirkštinių natūraliesiems skaičiams n; seką skaičių, gaunamų reiškinyje $\left(\frac{n+1}{n}\right)^n$ vietoj n iš eilės rašant natūraliuosius skaičius, ir pateikti lygybes: $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$, $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n} = 0$, $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n = \mathrm{e} \approx 2{,}7128\,...$ Paskutiniąją lygybę mokiniai tegul pabando pagrįsti naudodamiesi skaičiavimo priemonėmis, vietoj n imdami kuo didesnes reikšmes.
Ribos žymens reikės nurodant begalinių sekų, funkcijų ribas, apibrėžiant funkcijos išvestinę, apibrėžiant funkcijos apibrėžtinį integralą.
Aktyvinti mokinius, pateikiant tokius ribos pavyzdžius: taisyklingojo n-kampio riba, kai n tolsta į begalybę lygi apskritimui, o apskritimo riba, kai apskritimo spindulys tolsta į begalybę lygi tiesei.
Atliekami kūrybiniai projektiniai darbai: aukso pjūvio skaičius Φ (ir jam atvirkštinis skaičius φ), parodant jų kilmę bei taikymus.
Naudinga aptarti su mokiniais, kad:
tarp realiųjų skaičių yra tokių, kurie yra nepalyginamai svarbesni už kitus realiuosius skaičius, tai skaičiai $0;\ 1;\ \Phi;\ \pi;\ \mathrm{e};$

begalybė nėra skaičius bei begalybės simbolio reikšmę, paskirtį ir vartojimą (begalybei priešinga sąvoka – kiek norima mažas skaičius).

Rekomenduojama supažindinti mokinius su realiojo skaičiaus sveikąja ir trupmenine dalimis, braižyti y=[x], y={x} grafikų eskizus, mokytis rasti duotojo realiojo skaičiaus sveikąją ir trupmeninę dalis.

Naudinga supažindinti mokinius su menamais ir kompleksiniais skaičiais, paaiškinant, kad:
skaičius, kurio antrasis laipsnis lygus -1 ($\mathrm{i}^2 = -1$), vadinamas menamuoju vienetu ir žymimas raide i;
menamieji skaičiai $a\mathrm{i}, a \in \mathbf{R}$, žymimi menamosios tiesės (ordinačių tiesės) taškais;
kompleksiniais vadinami skaičiai $a\mathrm{i} + b,\ a, b \in \mathbf{R}$. Jie žymimi stačiakampės koordinačių plokštumos taškais (abscisių ašyje žymimi realieji skaičiai, ordinačių ašyje – menamieji skaičiai), o kiekvieno šios plokštumos taško koordinatės $(a; b)$ nusako kompleksinį skaičių $a\mathrm{i} + b$;
realiųjų skaičių aibė yra kompleksinių skaičių aibės poaibis.
Gilinamos 9-10 ir- I-II gimnazijos klasėje įgytos žinios apie trigonometrinius skaičius.
Naudojantis centriniu kampu apibrėžiamas posūkio kampo (ir geometrinio kampo) dydis radianais, įrodomos formulės, siejančios laipsnius su radianais.
Naudinga pastebėti, kad visi apskritimai yra panašūs, panašios yra ir to paties dydžio centrinį kampą atitinkančios apskritimų išpjovos, o panašiųjų figūrų atitinkamų atstumų santykiai yra lygūs, kas įgalina kampo dydį nurodyti realiaisiais skaičiais.
Naudojantis vienetiniu apskritimu apibrėžiami skaičiai, kurie vadinami kampo sinusu ir kosinusu.
Kalbėdami apie vienetinį apskritimą, įrodykite jo lygtį. Taip pat galima įrodyti ir lygtį apskritimo, kurio centras yra taške $(a; b)$, o spindulio ilgis lygus r.
Naudojantis kampo sinuso ir kosinuso apibrėžimais: nustatomi sinuso ir kosinuso ženklai koordinačių ketvirčiuose; užpildoma programoje nurodytų kampų sinuso ir kosinuso reikšmių lentelė; įrodomos lygybės $\sin(\alpha + 2\pi k) = \sin\alpha,\ \cos(\alpha + 2\pi k) = \cos\alpha,\ k \in \mathbf{Z}$; $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha,\ \cos(-\alpha) = \cos\alpha$ bei sinuso ir kosinuso redukcijos formulės; nubraižomi sinusoidės ir kosinusoidės eskizai; mokomasi rasti lygčių $\sin x = a, \cos x = a$ ($a \in \left\{0, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{2}}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}, \pm 1\right\}$) sprendinių aibes (nesinaudojant šių lygčių sprendinių formulėmis).
Prisiminkite pagrindinę trigonometrinę tapatybę $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ bei jos įrodymą.
Spręskite uždavinius, kuriuose reikia apskaičiuoti $\cos\alpha$ $(\sin\alpha)$ reikšmę, žinant $\sin\alpha$ $(\cos\alpha)$ reikšmę ir ketvirtį, kuriam priklauso kampas α.
Naudodamiesi sinuso lygties samprata, pavyzdžiui, $\sin x = \frac{1}{2}$ sprendinius galima nurodyti taip: $x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbf{Z}$; o lygties $\cos x = \frac{1}{2}$ sprendinius galima nurodyti taip: $x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ x_2 = \frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in \mathbf{Z}$.
Apibrėžiama tangentų tiesė $(x = 1)$; naudojantis ja apibrėžiami skaičiai, kurie vadinami kampo tangentu bei randami kampai, kurių tangentas neturi prasmės.
Naudojantis kampo tangento apibrėžimu: nustatomi tangento ženklai koordinačių ketvirčiuose; užpildoma programoje nurodytų kampų tangento reikšmių lentelė; įrodomos lygybės $\mathrm{tg}(\alpha + \pi k) = \mathrm{tg}\,\alpha,\ k \in \mathbf{Z}$; $\mathrm{tg}(-\alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha$, bei tangento redukcijos formulės; nubraižomas tangentoidės eskizas.
Prisiminkite to paties kampo tangento, sinuso ir kosinuso sąryšį $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.
Parodykite to paties kampo kotangento, sinuso ir kosinuso sąryšį $\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ bei to paties kampo tangento ir kotangento sąryšį $\mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha = 1$.
Spręskite uždavinius, kuriuose reikia apskaičiuoti $\sin\alpha,\ \cos\alpha, \mathrm{tg}\,\alpha$ reikšmę, žinant $\sin\alpha,\ \cos\alpha$ reikšmę ir ketvirtį, kuriam priklauso kampas α.
Apibrėžkite skaičius arcsin a, accos a ir arctg a.
Trigonometrija šioje programoje padalyta į dvi dalis: III - oje gimnazijos klasėje - trigonometriniai skaičiai ir trigonometrinės funkcijos; IV- oje gimnazijos klasėje - trigonometriniai reiškiniai ir trigonometrinės lygtys.

35.2. Modeliai ir sąryšiai.
Šiame skyriuje nagrinėjama: skaičių sekos; aritmetinė progresija; geometrinė progresija; nykstamoji geometrinė progresija.
Apibrėžiama aritmetinė progresija ir geometrinė progresija.
Įrodomos aritmetinės ir geometrinės progresijų n-tojo nario formulės, pirmųjų n narių sumos formulės, kiekvienos progresijos savybės.
Nagrinėjama nykstamoji geometrinė progresija, pateikiant jos apibrėžimą, įrodant sumos formulę.
Sprendžiami nesudėtingi įvairaus konteksto uždaviniai.
Aiškinantis sekos pirmųjų n narių sumą, galima įvesti sumos simbolį Σ.
Atliekami kūrybiniai projektiniai darbai: Fibonačio skaičių seka, Kocho snaigė, vežlio ir bėgiko problema.
Fibonačio skaičių seka mokiniai gali pasidomėti savarankiškai, pavyzdžiui, parengti referatą. Naudojantis šia, rekurentiškai apibrėžiama seka, galima susipažinti su aukso pjūvio skaičiumi, gilintis į ribos ir begalybės sąvokas.
Kocho snaigės perimetras begalinis, o plotas – baigtinis. Pravartu būtų rasti perimetro ir ploto priklausomybę nuo žingsnių skaičiaus bei apskaičiuoti Kocho snaigės plotą.
Vėžlio ir bėgiko uždavinys gali padėti įsitikinti, kad $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ \dots=1$.

Funkcijos.
Su funkcijos sąvoka supažindinama pagrindinėje mokykloje, kurioje nagrinėjamos tiesinė $f(x)=kx+b$ ir kvadratinė $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a,b,c,k\in\mathbf{R},\ a\neq 0)$ funkcijos. III gimnazijos klasėje susipažįstama su funkcijomis $f(x)$, kurių $f(x)=|x|$, x^n, $\sqrt[n]{x}$, a^x, $\log_a x$, $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $n\in\mathbf{N}, n>1, a>0, a\neq 1$.
Mokiniai turi žinoti šių funkcijų: grafikų eskizus, grafikų ir koordinačių ašių bendrųjų taškų koordinates, apibrėžimo, reikšmių sritis, nepriklausomojo kintamojo x reikšmių intervalus, kuriuose: funkcijos reikšmės (y) yra teigiamos/neigiamos; funkcijos reikšmės didėja /mažėja.
Pagrindiniai terminai ir žymenys: funkcija $y=f(x)$ – funkcija ygrek lygu ef nuo iks; $f(x)$ – funkcijos reiškinys, x – funkcijos nepriklausomasis kintamasis (argumentas), y – funkcijos priklausomasis kintamasis (funkcijos reikšmė). Kai funkcija nurodyta reiškiniu, tai lygybė $y=f(x)$ vadinama funkcijos lygtimi. Koordinačių plokštumos taškai, kurių koordinatės yra $(x;y)$ sudaro funkcijos $y=f(x)$ grafiką (tikslaus funkcijos grafiko praktiškai neįmanoma nubraižyti, todėl geriau vartoti grafiko eskizo sąvoką). Mokykloje grafikai dažniausiai braižomi stačiakampėje Dekarto koordinačių plokštumoje OXY.
Įtvirtinamos ir apibendrinamos turimos žinios:
nagrinėjant laipsninę funkciją $f(x)=x^{-1}$ paaiškinama, kad ją galima užrašyti $f(x)=\frac{k}{x}$, $k=1$ ir nagrinėti atvejus, kai $k\in\mathbf{Z}\backslash\{0\}$ (kai $x>0$). Funkcija, kurią galima užrašyti $f(x)=\frac{k}{x}$ $(k\neq 0)$, vadinama atvirkščiuoju proporcingumu;
apibrėžiant su funkcijomis susijusias sąvokas: teigiamoji funkcija; neigiamoji funkcija; funkcijos nuliai; didėjančioji funkcija; mažėjančioji funkcija; pastovioji funkcija; lyginė funkcija; nelyginė funkcija; nei lyginė, nei nelyginė funkcija; periodinė funkcija; tolydžioji funkcija; sudėtinė funkcija; didžiausioji funkcijos reikšmė; mažiausioji funkcijos reikšmė;
nagrinėjant funkcijų grafikų transformacijas;
grafiškai sprendžiant lygtis ir nelygybes.
Pateikiama samprata tolydžios funkcijos riba apibrėžimo srities vidiniame taške x = a ir ribos, kai nepriklausomojo kintamojo reikšmės tolsta į plius ar minus begalybę. Tokių ribų pavyzdžiai: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=+0$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=-0$, $\lim\limits_{x\to+0}\frac{1}{x}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-0}\frac{1}{x}=-\infty$. Nenagrinėti sudėtingesnių ribų, kurioms apskaičiuoti reikėtų pasinaudoti ribų teorijos žiniomis.

Lygtys.
Mokomasi spręsti įvairias lygtis (išskyrus trigonometrines), lygčių sistemas, tekstinius uždavinius. Daugiau dėmesio siūloma skirti įvairaus konteksto situacijų modeliavimui įvairiomis lygtimis ir lygčių sistemomis. Mokiniai turi gebėti aprašyti realias situacijas lygtimis, lygčių sistemomis ir vertinti gautus rezultatus. Svarbu, kad mokiniai suvoktų, kad kuo daugiau lygčių bei sistemų modelių, jų sprendimo būdų ir algoritmų geba taikyti, tuo didesnį pasirinkimą turi spręsdami įvairias problemas.

Teisinga lygybė $f(x) = g(x)$, kurios abi pusės yra teigiamos, išliks teisinga, kai:
iš abiejų jos pusių ištrauksime šaknį;
abi jos puses pakelsime tuo pačiu laipsniu;
rasime abiejų pusių logaritmą tuo pačiu pagrindu.
Pratinti mokinius gautus lygties sprendinius tikrinti (kai tai nėra per daug sudėtinga), įrašant juos į pradinę lygtį.
Perranka – teisėtas lygčių sprendimo būdas.
Šiame skyriuje lygtis mokoma spręsti algebriškai.
Aptarkite su mokiniais formaliąją lygčių teorijos pusę, supažindinkite mokinius su terminais, žymenimis, lygčių tipais, sprendimo būdais.
Sąvokos ir žymenys: $f(x) = g(x)$ – lygtis (lygtis su vienu nežinomuoju); x – lygties nežinomasis, $f(x)$ – lygties kairiosios pusės reiškinys, $g(x)$ – lygties dešniosios pusės reiškinys. Lygties nežinomojo reikšmės, su kuriomis lygties kairiosios ir dešiniosios pusių reiškiniai turi prasmę, vadinama lygties apibrėžimo sritimi. Lygties nežinomojo reikšmė, kuriai esant lygtis tampa teisinga skaitine lygybe, vadinama lygties sprendiniu. Išspręsti lygtį – reiškia rasti visus lygties sprendinius arba įrodyti, kad lygtis sprendinių neturi.
Ekvivalenčiosios lygtys – lygtys, kurių sprendinių aibės sutampa.
Ekvivalentusis lygties pertvarkis – lygties pertvarkis, nekeičiantis lygties sprendinių aibės.
$f(x, y) = 0$ – lygtis su dviem nežinomaisiais; x, y – lygties nežinomieji, $f(x, y)$ – lygties reiškinys.
$ax + by + c = 0$ – tiesės lygtis (bendroji tiesės lygtis); $a, b, c \in \mathbf{R}$.
$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ – apskritimo lygtis; $(a; b)$ – apskritimo centro koordinatės, r – apskritimo spindulio ilgis; $a, b, c, r \in \mathbf{R},\ r > 0$.
Pakartojamas ir plėtojamas pagrindinėje mokykloje nagrinėtų tiesinių ir kvadratinių lygčių sprendimas. Jis formalizuojamas pateikiant parametrinių lygčių $ax + b = 0, ax^2 + bx + c = 0$ $(a, b, c \in \mathbf{R}, a, b, c -$ lygties parametrai$, x -$ lygties nežinomasis) sprendinių formules. Sprendžiamos nesudėtingos tiesinės ir kvadratinės lygtys su vienu parametru.

Tiesinė (pirmojo laipsnio) lygtis $ax + b = 0$, priklausomai nuo a, b reikšmių, gali turėti vieną sprendinį, neturėti sprendinių, turėti be galo daug sprendinių – jos sprendinių aibė gali būti realiųjų skaičių aibė.
Parametrinėje lygtyje $ax^2 + bx + c = 0$ parametro a reikšmė gali būti lygi nuliui, tada lygtis tampa pirmojo laipsnio lygtimi $bx + c = 0$.
Nereikėtų labai daug laiko skirti parametrinėms lygtims, bet jų ignoruoti irgi negalima.
Mokomasi spręsti aukštesnio negu antrojo laipsnio lygtis $(ax + b)(cx + d) \dots (kx + q) = 0$ ir lygtis $f(x) = 0$, kurioms galima suteikti tokį pavidalą reiškinį $f(x)$ skaidant dauginamaisiais.

Pakartokite formules, padedančias reiškinį pakeisti sandauga.
Mokiniams skaidymas dauginamaisiais, grupuojant dėmenis poromis, gali būti ir nematytas bei negirdėtas.
Sudėtingų lygčių spręsti nebūtina.
Mokomasi spręsti bikvadratines lygtis $ax^4 + bx^2 + c = 0$ $(a, b \neq 0)$, įvedant naują nežinomąjį.

Naujo nežinomojo įvedimas – mokiniams nauja patirtis.
Galima parodyti sprendimą lygčių $ax^6 + bx^3 + c = 0,\ ax^8 + bx^4 + c = 0$.
Pakartojamos, apibendrinamos ir plėtojamos žinios, susijusios su lygtimis, kurių nežinomasis yra trupmenos(ų) vardiklyje(iuose) – trupmeninės racionaliosios lygtys. Praktikuojamasi jas spręsti suteikiant pavidalą $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$, o tada pasinaudojant trupmenos lygios 0 savybe, nepamirštant, kad trupmena neturi prasmės, kai jos vardiklis lygus 0. Tokias lygtis mokiniai mokėsi spręsti praeitais mokslo metais, todėl parenkant uždavinius reikia atsižvelgi į mokinių turimas žinias, bet pradėti reikia nuo pačių paprasčiausių, o baigti galima ir gana sudėtingomis lygtimis. Šiose lygtyse atsiranda būtinybė atsižvelgti į lygties apibrėžimo sritį. Patartina sprendimo pradžioje nurodyti lygties apibrėžimo sritį, užrašant $g(x) \neq 0$, o sprendimo pabaigoje – patikrinti, ar gautos lygties nežinomojo reikšmės ją tenkina.

Mokomasi spręsti lygtis, kurių nežinomasis yra pošaknyje (jos vadinamos iracionaliosiomis lygtimis).

Pakartokite kvadratinės šaknies sampratą ($\sqrt{x}$ yra neneigiamas skaičius, kurio antrasis laipsnis lygus x, t.y. $(\sqrt{x})^2 = x$, $\sqrt{x} \geq 0$; kvadratinės šaknies pošaknis negali įgyti neigiamų reikšmių, t.y. $x \geq 0$) bei, kad $\sqrt{x^2} = |x|$.
Sprendžiant tokias iracionaliąsias lygtis patogu naikinti šaknį, keliant lygties abi puses antruoju laipsniu, bet šis veiksmas yra tapatusis lygties pertvarkis tik, kai lygties abi pusės yra neneigiamos; neatsižvelgus į tai galima gauti skaičių, kurie nėra pradinės lygties sprendiniai.
Iracionaliosios lygties apibrėžimo srities suradimas dar negarantuoja, kad tarp gautųjų sprendinių nebus pašalinių, todėl juos būtina tikrinti, įrašant į pradinę lygtį.
Vertėtų spręsti lygtis, kuriose vieno kėlimo antruoju laipsniu nepakanka, tenka tai daryti du kartus.
Galima spręsti iracionaliąsias lygtis, kuriose patogu įvesti naują nežinomąjį.
Skirkite laiko ir paprastoms aukštesnio negu antrojo laipsnio lygtims.
Pavyzdys lygties, kurios nereikėtų praleisti: $(x^2 - 1) \cdot \sqrt{x^2 + 2x} = 0$.
Nagrinėjamos nesudėtingos lygtys, kurių nežinomasis yra laipsnio (laipsnių) rodiklyje (rodikliuose) – tokios lygtys vadinamos rodiklinėmis. Aiškinamasi, kad rodiklines lygtis patogu spręsti suteikiant joms pavidalą $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (kai tai įmanoma).

Mokomasi spręsti rodiklines lygtis, kurias patogu spręsti įvedant naują nežinomąjį. Sprendžiant šias lygtis reikės laipsnių ir veiksmų su laipsniais savybių.

Mokiniams reikia priminti ne tik laipsnių ir veiksmų su laipsniais savybes, bet ir pagrindinę logaritmų tapatybę ($\mathrm{a}^{\log_{\mathrm{a}} \mathrm{b}} = \mathrm{b}$).

Nagrinėjamos nesudėtingos lygtys, kurių nežinomasis yra logaritmo(ų) reiškinyje(iuose) – tokios lygtys vadinamo logaritminėmis. Aiškinamasi, kad logaritmines lygtis patogu spręsti suteikiant joms pavidalą $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ (kai tai įmanoma). Diskutuojama, kada ir kodėl būtina atsižvelgti į logaritmo apibrėžimo sritį, gautuosius sprendinius tikrinti (juos įrašant į duotąją lygtį). Nagrinėjamos nesudėtingos logaritminės lygtys, kurių nežinomasis yra logaritmo(ų) pagrindo reiškinyje(iuose); ir logaritmo reiškinyje. Mokomasi spręsti logaritmines lygtis, kurias patogu spręsti įvedant naują nežinomąjį.

Nagrinėjamos nesudėtingos lygtys su moduliais, kurioms galima suteikti pavidalą $|f(x)| = a$, $|f(x)| = g(x)$. Mokomasi tokias lygtis spręsti naudojantis modulio samprata. Kokio sudėtingumo lygtis su moduliais reikia spręsti, nurodyta programoje – daugiau negu vieno modulio lygtyje neturėtų būti, bet reiškiniai f(x) ir g(x) gali būti gana įvairūs.

Primenama ir aiškinamasi, kad lygtyje gali būti ir daugiau negu vienas nežinomasis, pateikiant mokiniams žinomų lygčių su dviem nežinomaisiais pavyzdžių: $ax + by + c = 0,\ a, b, c \in \mathbf{R},$ – tiesės lygtis;

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, – apskritimo lygtis bei mokomasi rasti ir užrašyti tokios lygties kelis sprendinius bei sprendinių aibę.

Šių lygčių sprendinius – taškų $(\mathrm{x}; \mathrm{y})$ poras – pavaizdavus stačiakampės koordinačių sistemos taškais gaunamas lygties sprendinių grafikas (atitinkamai tiesė ir apskritimas).

Lygtis $\mathrm{ax} + \mathrm{by} + \mathrm{c} = 0$ nusako visas plokštumos tieses, o lygtis $(\mathrm{x} - \mathrm{a})^2 + (\mathrm{y} - \mathrm{b})^2 = \mathrm{r}^2$ – visus plokštumos apskritimus.

Kalbant apie tiesės lygtį pravartu spręsti uždavinius, kuriuose reikia nurodyti tik sveikąsias jos sprendinių poras ir mokyti užrašyti visus sprendinius.

Mokoma spręsti daugiau negu dviejų lygčių su daugiau negu dviem nežinomaisiais sistemas. Nagrinėjami tekstiniai uždaviniai, kuriuos sprendžiant gaunamos tokios sistemos.

Gebėjimas spręsti lygčių sistemas, turinčias daugiau negu du nežinomuosius, naudingas sprendžiant sudėtingesnius uždavinius.

Tekstiniai uždaviniai, sprendžiami šiame skyriuje gali būti patys įvairiausi, pavyzdžiui, susiję su natūraliaisiais skaičiais, judėjimo, darbo uždaviniai.

Nelygybės.
Šiame skyriuje mokoma(si) spręsti visas programoje nurodytas nelygybes, nelygybių sistemas.

Pirmiausia pakartojamas tiesinių nelygybių sprendimas ir mokomasi antrojo laipsnio nelygybes $ax^2 + bx + c \gtreqless 0$ spręsti algebriškai, skaidant kairiąją nelygybės pusę tiesiniais dauginamaisiais, o tada gautąją lygtį keičiant dviejų nelygybių sistemų visuma.

Naudinga nelygybių sprendinius pavaizduoti skaičių tiesėje ir nubraižyti grafiko $\mathrm{y = ax + b}$ $(\mathrm{y = x^2 + bx + c})$ eskizą.

Nagrinėjamos aukštesnio negu antrojo laipsnio nelygybės, mokomasi jas spręsti intervalų metodu. Aiškinamasi intervalų metodo esmė ir universalumas.

Sprendžiamos nelygybės, kurių pavidalas yra $(\mathrm{ax + b})(\mathrm{cx + d}) \dots (\mathrm{kx + q}) \gtreqless 0$, naudojantis intervalų metodu.

Sprendžiamos nelygybės $\mathrm{f(x)} \gtreqless 0$, kurių reiškinį $\mathrm{f(x)}$ galima išskaidyti dauginamaisiais (taupant laiką bei siekiant parodyti lygčių ir nelygybių ryšį bei intervalų metodo universalumą, galima imti ankstesniame skyriuje išspręstas lygtis, pakeičiant lygybės ženklą nelygybės ženklu).

Mokoma(si) spręsti trupmenines racionaliąsias nelygybes, suteikiant joms pavidalą $\frac{f(x)}{g(x)} \gtreqless 0$, o tada naudojantis intervalų metodu arba nelygybę keičiant nelygybių sistemų visuma. Paaiškinama, kodėl trupmeninę racionaliąją nelygybę nepatartina spręsti naikinant vardiklius, t.y. ją dauginant iš nelygybę sudarančių trupmenų bendrojo vardiklio.

Mokoma(si) spręsti dviejų ar daugiau racionaliųjų nelygybių sistemas bei mišrias nelygybių sistemas.

Mokoma(si) spręsti nesudėtingas rodiklines nelygybes, suteikiant joms pavidalą $a^{f(x)} \gtreqless a^{g(x)}$, o tada, atsižvelgus į laipsnio pagrindą, pereinant prie rodiklių nelygybės.

Mokiniai turi suprasti, kodėl kai $\mathrm{a} > 1$, tai pereinant prie rodiklių nelygybės, nelygybės ženklas nesikeičia, o kai $0 < \mathrm{a} < 1$ – keičiasi (kai $\mathrm{a} > 1$, tai funkcija $\mathrm{y = f(x) = a^x}$ yra didėjančioji, o kitu atveju – mažėjančioji).

Nagrinėjamos nesudėtingos nelygybės, kurių nežinomasis yra logaritmo (logaritmų) reiškinyje (reiškiniuose). Aiškinamasi, kad tokias nelygybes patogu spręsti suteikiant joms pavidalą $\log_a f(x) \gtreqless \log_a g(x)$, o tada pereinant prie logaritmų reiškinių nelygybės. Analizuojama, kada ir kodėl būtina atsižvelgti į logaritmo apibrėžimo sritį.

Nagrinėjamos nesudėtingos nelygybės su moduliais, kurioms galima suteikti pavidalą $|f(x)| \gtreqless a$, $|f(x)| \gtreqless g(x)$. Mokomasi tokias nelygybes spręsti naudojantis modulio samprata, intervalų metodu.

35.3. Geometrija ir matavimai.

Plokštumos vektoriai ir veiksmai su jais.

Nagrinėjami plokštumos vektoriai (kaip geometrinės figūros ir kaip stačiakampės koordinačių sistemos vektoriai).

Spręskite uždavinius, kuriuose reikia:

plokštumos figūros vektorių išreikšti kitais tos figūros vektoriais, apskaičiuoti vektoriaus ilgį;

apskaičiuoti vektoriaus koordinates ir vektoriaus ilgį, žinant vektoriaus pradžios ir pabaigos taškų koordinates;

atlikti veiksmus su vektoriais (sudėti, aitimti, vektorių padauginti iš skaičiaus, skaliariškai sudauginti vektorius), kai žinomos vektorių koordinatės;

sudauginti vektorius skaliariškai, kai žinomi vektorių ilgiai ir kampo tarp vektorių dydis;

apskaičiuoti kampo tarp vektorių dydį;

pasinaudoti vektorių kolinearumo ir statmenumo sąlygomis;

vektorių reikšti koordinačių ašių vienetiniais vektoriais ir atlikti veiksmus su taip išreikštais vektoriais.

Skirkite laiko vektorių taikymams, pavyzdžiui: įrodykite trikampio ir trapecijos viduriniosios linijos savybes, kam lygi lygiagretainio įstrižainių ilgių kvadratų suma; paaiškinkite, ką parodo vektorių skaliarinė sandauga (integracija su fizika).

Rekomendacijos pereinamąjam laikotarpiui. III gimnazijos klasėje mokiniai bus praleidę visą planimetrijos skyrių (planimetrijos mokymasis baigiamas 10 ir II gimnazijos klasėje, o III -IV gimnazijos klasėje lieka tik erdvinės figūros). Vadinasi reikės nemažai laiko planimetrijai mokyti, o tam laiko nėra.

Rekomenduojamas modulis. Planimetrija ir plokštumos figūros. **(24 pamokos)**
Atnaujintoje pagrindinio ugdymo programoje turinio sritis „Geometrija ir matavimai“ gerokai pasikeitusi. Visa planimetrija ir plokštumos figūros baigiamos nagrinėti pagrindinėje mokykloje. Šiame, III - IV gimnazijos klasių, atnaujintoje programoje nenumatyta nagrinėti plokštumos geometrijos. Rekomenduojame viduriniame ugdyme pasiūlyti modulį „Planimetrija ir plokštumos figūros“. Modulio pamokose įgytų žinių reikės, mokantis stereometrijos kurso. Geometrijos temos itin palankios mokinių samprotavimo, argumentavimo gebėjimų ugdymui. Svarbiausias naujas akcentas šiose temose – gerokai didesnis dėmesys matematinių teiginių formulavimui, pagrindimui, mokymuisi nuosekliai ir logiškai samprotauti. Daug dėmesio skiriama mokyklinės geometrijos, kaip abstrakčiojo mokomojo dalyko, loginės struktūros, sandaros pateikimui (pirminės sąvokos ir apibrėžimai; aksiomos ir teoremos; teiginiai ir įrodymai). Mokomasi remtis apibrėžimais ir įrodytais teiginiais sprendžiant įvairius matematinio ir realaus konteksto uždavinius, įrodinėjant kitus teiginius.
Modulio „Planimetrija ir plokštumos figūros“ programos pagrindiniai tikslai: apibendrinti ir susisteminti pagrindinėje mokykloje nagrinėtą plokštumos geometrijos kursą; mokytojas turi labai kruopščiai apgalvoti visą kartojimo sistemą. Kartojimo privalumas yra tai, kad mokiniams lengviau pamatyti kursą kaip visumą, be to, paaiškėja giliam suvokimui svarbūs modeliai ir panašumai. Kartojimas gali būti panaudotas tam, kad mokiniai nagrinėdami ankstesnę situaciją, atrastų naujus problemų sprendimo būdus. Pavyzdžiui, vienu uždaviniu galima pakartoti daug planimetrijos žinių; mokytis įrodyti pagrindinėje mokykloje naudotas teoremas ir formules; praktikuotis, sprendžiant įvairius su plokštumos figūromis susijusius uždavinius.
Geometrijos kurso sandarą nusakyti galima taip: įvardijamos pagrindinės-pirminės geometrinės figūros, sąvokos (jos neapibrėžiamos, bet galima bandyti jas apibūdinti) – taškas, tiesė ir plokštuma; naudojantis pirminėmis figūromis, sąvokomis formuojamos kitos figūros, apibrėžiamos kitos sąvokos – spindulys, atkarpa, kampas, ... (pateikiami jų apibrėžimai); įvardijamos aksiomos (teiginiai, kurie laikomi teisingais be įrodymo), pavyzdžiui: *Per du taškus galima nubrėžti vienintelę tiesę; Plokštumoje per tašką, nepriklausantį tiesei, galima nubrėžti vienintelę tiesę, lygiagrečią su ta tiese*; naudojantis apibrėžimais ir aksiomomis įrodomos teoremos, kuriomis naudojantis įrodomos naujos teoremos.
Skirkite laiko ir pastangų mokydami įrodyti ankstesnėse klasėse išeitas formules ir teoremas, pavyzdžiui: trikampio, keturkampio, n-kampio kampų dydžių sumos formules; trikampio, lygiagretainio, trapecijos, keturkampio plotų formules; Pitagoro ir jai atvirkštinę teoremas; su stačiojo trikampio aukštine, nubrėžta į įžambinę, susijusias teoremas ir formules; trikampių lygumo ir panašumo požymius; lygiašonio trikampio, lygiagretainių, lygiašonės trapecijos savybes; Sinusų ir Kosinusų teoremas; trikampio ir trapecijos vidurio linijų savybes; stačiojo trikampio statinio, esančio prieš $30°$ kampą, savybę; Talio ir jai atvirkštinę teoremas; trikampio pusiaukraštinių savybę; kampo pusiaukampinės savybę; atkarpos vidurio statmens savybę; įbrėžtinių kampų savybę; susikertančių stygų savybę; liestinių, einančių per vieną tašką, savybę.
Kartais neskiriamos sąvokos – savybė ir požymis. Pavyzdžiui, lygiagretainio savybės: priešingos kraštinės yra lygios, priešingi kampai yra lygūs, įstrižainių susikirtimo taškas jas dalija pusiau; o lygiagretainio požymiai: keturkampis, turintis arba lygias priešingas kraštines, arba lygius priešingus kampus, arba įstrižaines, kurių susikirtimo taškas jas dalija pusiau, yra lygiagretainis.
Kartais mokiniams susidaro klaidingas įspūdis, kad įrodymai – tai tik geometrijos kurso dalis.
Kartojamas, apibendrinamas ir plėtojamas anksčiau išeitas su plokštumos figūrų lygumu ir panašumu susijęs kursas.
Priminkite, pasakykite ir pagrįskite mokiniams, kad:
lygiakraščiai trikampiai yra panašūs; kvadratai yra panašūs; taisyklingieji daugiakampiai yra panašūs; apskritimai (skrituliai) yra panašūs; skritulių vienodo dydžio išpjovos yra panašios;
turimai figūrai panašias figūras galima gauti naudojantis didinamuoju stiklu;
panašių figūrų atitinkamų atkarpų ilgių santykis lygus panašumo koeficientui, plotų santykis – panašumo koeficiento antrajam laipsniui, o dar galima pridurti, kad panašių erdvinių figūrų tūrių santykis lygus panašumo koeficiento trečiajam laipsniui.
Figūrų lygumas yra atskiras panašumo atvejis ($k = 1$).

Priminkite, pakartokite ir plėtokite pagrindinėje mokykloje nagrinėtas apskritimo ir kitų geometrinių figūrų (tiesės, kampo, trikampio, keturkampio) tarpusavio padėtis, prisiminkite ir įrodykite formules bei teoremas, spręskite uždavinius.
Nagrinėkite taisyklinguosius daugiakampius, įsitikindami kad jie turi įbrėžtinius ir apibrėžtinius apskritimus; nagrinėkite dviejų ar daugiau apskritimų tarpusavio padėtis (koncentriniai, susikertantys, besiliečiantys iš vidaus / išorės). Įrodykite su tuo susijusius teiginius, spręskite uždavinius.
Įrodykite Sinusų ir Kosinusų teoremas, spręskite uždavinius.

IV gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas.

37.1. Modeliai ir sąryšiai.

Trigonometrinės lygtys ir nelygybės.

Trigonometrijai daug dėmesio buvo skiriama III-oje gimnazijos klasėje, formuojant trigonometrinių skaičių sampratą: apibrėžtas posūkio kampo radianinis matas; apibrėžti posūkių kampų sinusas, kosinusas, tangentas; apskaičiuotos lentelinių posūkių kampų trigonometrinės reikšmės; įrodytos formulės: $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$, $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$, $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$, $\sin(\alpha + 2\pi k) = \sin\alpha$, $\cos(\alpha + 2\pi k) = \cos\alpha$, $\operatorname{tg}(\alpha + \pi k) = \operatorname{tg}\alpha, \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; apibrėžti skaičių arksinusas, arkkosinusas, arktangentas; spręstos paprasčiausios trigonometrinės lygtys $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$ grafiniu būdu.
Visa tai numatyta prisiminti ir plėtoti, nagrinėjant šį skyrių, kurio pagrindiniai tikslai yra įrodyti programoje surašytas formules ir, naudojantis jomis, mokytis pertvarkyti trigonometrinius reiškinius, spręsti lygtis ir nelygybes; tyrinėti įvairių trigonometrinių funkcijų ir jų grafikų savybes.
Šioje programoje nenumatyta nagrinėti homogenines trigonometrines lygtis.

Savo nuožiūra, galite mokiniams pateikti ir daugiau, šioje programoje nesurašytų, trigonometrinių formulių.

Išvestinės

Kalbant apie išvestines, primygtinai norima įteisinti ribos sampratą (ribos skaičiavimu) paremtą išvestinės apibrėžimą (tam reikia skirti nemažai laiko ir pastangų), siekiama nepraleisti ir išvestinių skaičiavimo, naudojantis apibrėžimu (ribų skaičiavimu).

Integralai

Šiame skyriuje pateikiama neapibrėžtinio integralo sąvoka ir žymėjimas, savybės, įrodomos pagrindinės integravimo formulės ir mokomasi jomis naudotis, ieškant funkcijoms pirmykščių funkcijų. Neapibrėžtinį integralą patogu suprasti kaip „objektą“, atvirkštinį išvestinei.
Pateikiamos kreivinės trapecijos ir kreivinės figūros sąvokos, iškeliant problemą, kaip apskaičiuoti jų plotus. Apibrėžtinio integralo sąvoka ir žymėjimas, savybės. Pagrindžiama Niutono-Leibnico formulė, siejanti apibrėžtinį ir neapibrėžtinį integralus.

Šios formulės prasmę galėtų padėti paaiškinti su fizika susiję pavyzdžiai.
Skaičiuojami kreivinių trapecijų ir figūrų plotai.

Sprendžiami tradiciniai uždaviniai.
Pateikiama sukinio tūrio skaičiavimo formulė. Mokomasi ja naudotis, sprendžiant uždavinius.

37.2. Geometrija ir matavimai.

Šį skyrių sudaro trys dalys. Stereometriją galima laikyti planimetrijos tęsiniu, – erdvės figūros konstruojamos iš plokštumos figūrų. Nagrinėjant stereometriją mokiniams padės planimetrijos žinios, su erdvės figūromis mokiniai yra susipažinę 1-8 klasėse.
Aptariamos programoje surašytos stereometrijos aksiomos ir naudojantis jomis, mokoma(si) įrodyti nurodytas teoremas. Nagrinėjamos erdvės tiesių ir plokštumų tarpusavio padėtys, atstumai ir kampai erdvėje. Apibrėžiamas dvisienis kampas ir mokomasi jį rasti. Apibrėžiamas statmuo plokštumai, įrodomas tiesės ir plokštumos statmenumo požymis. Apibrėžiama pasviroji plokštumai ir jos statmenoji projekcija plokštumoje. Įrodomas tiesės ir plokštumos lygiagretumo požymis, trijų statmenų ir jai atvirkštinė teoremos.

Tai pamokos, skirtos erdvės geometrijos apibrėžimams, žymenims, aksiomoms ir teoremoms.

Susivokti erdvėje padeda stačiakampio gretasienio modelis: briaunos nusako tieses, sienos – plokštumas.

Labai svarbi yra trijų statmenų ir jai atvirkštinė teoremos. Jas būtina gerai suprasti, mokėti įrodyti ir atpažinti, sprendžiant uždavinius.

Klasifikuojami erdviniai kūnai:

briaunainiai: prizmės (gretasieniai, statieji gretasieniai, stačiakampiai gretasieniai); piramidės (netaisyklingosios ir taisyklingosios), nupjautinės piramidės;

sukiniai: ritiniai, kūgiai, nupjautiniai kūgiai, sferos ir rutuliai, rutulių nuopjovos.

Jie apibūdinami, vaizduojami, braižomos briaunainių paviršių išklotinės.
Svarbu mokytis vaizduoti ir braižyti erdvinius kūnus bei jų atskirus elementus, briaunainių išklotines.

Apibrėžiamos su erdviniais kūnais susijusios sąvokos. Sprendžiant uždavinius, mokomasi apskaičiuoti erdvinių kūnų paviršių plotus ir tūrius (pateikiamos ir aptariamos jų skaičiavimo formulės), briaunų, aukštinių ir kitus ilgius bei atstumus, kampų dydžius.

Klasikinė, tradicinė, paviršių plotų ir tūrių formulių taikymu pasižyminti tema. Su kai kuriomis formulėmis mokiniai bus susipažinę, bet pateikti ir aptarti reikia visas, dalį jų – siūlytume įrodyti.

Aptariama ir mokomasi pavaizduoti sukinių ašinius pjūvius; kūgio, ritinio, piramidės pjūvius plokštumomis lygiagrečiomis su pagrindais; taisyklingosios piramidės pjūvius, einančius per piramidės aukštinę; rutulio pjūvius; gretasienio pjūvius, einančius per gretasienio priešingas briaunas. Sprendžiami įvairūs su briaunainių ir sukinių pjūviais susiję uždaviniai.

37.3. Duomenys ir tikimybės.
Šį skyrių sudaro keturios tarpusavyje susijusios temos.
Įvadas į taikomąją duomenų analizę.

Ši tema atnaujintoje programoje yra nauja savo turiniu.

Rinkiniai: kėliniai, gretiniai, deriniai.

Apibrėžiami rinkiniai, kurie vadinami kėliniais, gretiniais ir derinias, pateikiami jų pavyzdžiai, mokomasi apskaičiuoti rinkinių skaičių, įsitikinama jų skaičiaus radimo formulių teisingumu ir tų formulių tarpusavio ryšiu.

Jei anksčiau nepateikėte natūraliojo skaičiaus faktorialo apibrėžimo ir žymėjimo, tai dabar tą reikia padaryti.
Sprendžiant kombinatorikos uždavinius, pagrindinė pagalbininkė yra vadinamoji kombinatorinė daugybos taisyklė.
Nepraleiskite tokių uždavinių:
kiek yra natūraliųjų vienaženklių, dviženklių, triženklių, n-ženklių skaičių;

kiek žodžių galima sudaryti perstatant duoto žodžio raides vietomis, kai: žodžio visos raidės skirtingos? žodyje viena raidė pasikartoja daugiau negu vieną kartą? žodyje daugiau negu viena raidė pasikartoja daugiau negu vieną kartą?
Atkreipkite mokinių dėmesį į tai, kaip skiriasi rinkinių skaičiaus skaičiavimas, kai rinkiniai sudaromi elementus imant iš vienos aibės; iš skirtingų aibių.
Išplėstinio kurso mokinius verta patreniruoti darbuojantis su kėlinių, gretinių ir derinių skaičiaus formulėmis.
Klasikiniai ir neklasikiniai tikimybiniai modeliai.

Pradedame nuo pradžių – klasikinis tikimybinis bandymas, jo baigtys, įvykiai, įvykio tikimybė (sąvokos, apibrėžimai, savybės, uždaviniai). Tarpusavyje nesutaikomi įvykiai (A ir B) – apibrėžimas, savybė (formulė $\mathbf{P}(A \text{ arba } B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B)$), uždaviniai. Tarpusavyje nepriklausomi įvykiai – apibrėžimas, savybė (formulė $\mathbf{P}(A \text{ ir } B) = \mathbf{P}(A) \cdot \mathbf{P}(B)$), uždaviniai. Tarpusavyje sutaikomi įvykiai (A ir B) – apibrėžimas, savybė (formulė $\mathbf{P}(A \text{ arba } B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) - \mathbf{P}(A \text{ ir } B)$), uždaviniai. Bernulio bandymai – apibrėžimas, formulė, uždaviniai.

Visas formules reikia įrodyti (išskyrus Bernulio).
Atsitiktiniai dydžiai.

Programoje parašyta, kad reikia pastebėti atsitiktinio dydžio skaitinių charakteristikų ryšį su statistinių duomenų skaitinėmis charakteristikomis (vidurkiu, dispersija, standartiniu nuokrypiu).

2. Veiklų planavimo ir kompetencijų ugdymo pavyzdžiai

UGDOMOS KOMPETENCIJOS:
Pažinimo kompetencija (K1) (dalyko žinios ir gebėjimai; kritinis mąstymas; problemų sprendimas; mokėjimas mokytis).
Komunikavimo kompetencija (K2) (pranešimo kūrimas; pranešimo perteikimas ir komunikacinė sąveika; pranešimo analizė ir interpretavimas).
Skaitmeninė kompetencija (K3) (skaitmeninis turinys; skaitmeninis komunikavimas; skaitmeninė sauga; problemų sprendimas).
Kūrybiškumo kompetencija (K4) (tyrinėjimas; generavimas; kūrimas; vertinimas ir refleksija).
Kultūrinė kompetencija (K5) (kultūrinis išprusimas; kultūrinė raiška; kultūrinis sąmoningumas).
Pilietiškumo kompetencija (K6) (pilietinis tapatumas ir pilietinė galia; gyvenimas bendruomenėje kuriant demokratišką visuomenę; pagarba žmogaus teisėms ir laisvėms; valstybės kūrimas ir valstybingumo stiprinimas tarptautinėje bendruomenėje).
Socialinė, emocinė ir sveikos gyvensenos kompetencija (K7) (savimonė ir savitvardos įgūdžiai; empatiškumas, socialinis sąmoningumas ir teigiamų tarpusavio santykių kūrimas; atsakingas sprendimų priėmimas ir elgesys įvertinant pasekmes; rūpinimasis sveikata).

UGDOMI MATEMATIKOS PASIEKIMAI:
Gilus supratimas ir argumentavimas
A1. Tinkamai atlieka matematines procedūras, argumentuoja, kodėl jas taip atlieka.
A2. Tyrinėja matematinius objektus, formuluoja hipotezes apie bendras jų savybes bei vietą anksčiau nagrinėtų objektų sistemoje.
A3. Sukuria nuoseklią, logiškai pagrįstą teiginių seką ar užduoties sprendimą, vertina argumentavimo logiškumą, įrodo matematinius teiginius.
A4. Planuoja, stebi, apmąsto, įsivertina matematikos mokymosi procesą ir rezultatus.

Matematinis komunikavimas
B1. Analizuoja ir interpretuoja įvairiomis formomis (tekstu, paveikslu, schema, formule, lentele, brėžiniu, grafiku, diagrama) pateikto matematinio pranešimo elementų loginius ryšius.
B2. Atpažįsta, apibrėžia ir tinkamai vartoja matematinius faktus – terminus, žymėjimą, objektus, įprastus algoritmus ir operacijas.
B3. Kuria, pristato matematinį pranešimą: atsirenka reikiamą informaciją, naudoja tinkamas fizines ir skaitmenines priemones, formas, tinkamai cituoja šaltinius.
Problemų sprendimas
C1. Analizuoja įvairias problemines situacijas, pasiūlo matematinį modelį problemai išspręsti.
C2. Pasiūlo, vertina alternatyvias matematinės užduoties sprendimo strategijas, sudaro užduoties sprendimo planą ir jį įgyvendina.
C3. Įvertina matematinės veiklos rezultatus, daro pagrįstas išvadas, jas interpretuoja.

MOKYMO IR MOKYMOSI PRIEMONĖS: čia nurodomos pagrindinės naudojamos priemonės, pvz., *vadovėliai, skaitmeninės aplinkos, programos ir kt.*

VERTINIMAS

Mokinių pasiekimai vertinami vadovaujantis mokykloje patvirtintu mokinių pažangos ir pasiekimų vertinimo aprašu. Nuolat taikomas formuojamasis vertinimas atsižvelgiant į pamokos mokymosi uždavinius. Kiekvieno skyriaus pabaigoje taikomas apibendrinamasis vertinimas panaudojant diagnostines užduotis, kurios parengiamos atsižvelgiant į Bendrosiose programose numatytus pasiekimus, pasiekimų lygius. Mokiniai mokomi vertinti ir įsivertinti ir, atsižvelgiant į pasiektus rezultatus, išsikelti tolesnio mokymosi tikslus.

2.1. III-IV gimn. klasės Bendrasis ir Išplėstinis kursas

Matematikos planas III gimnazijos klasė. Bendrasis kursas.

PAMOKŲ SKAIČIUS: 4 pamokos per savaitę, iš viso 144 pamokos.

Mokymosi turinys	**Valandos**	**Kompetencijos ir matematikos pasiekimai**	**Pastabos**** (integracija, aktualus turinys, projektai ir pan.)
Kurso kartojimas (9-10 ir I-II gimnazijos klasės)	8		
Skaičių aibės. Veiksmai su skaičių aibėmis	2		
Realiojo skaičiaus modulis	4		
Paklaidos	4		
Šaknys	4		
Laipsniai	6		
Logaritmai	8		
Sinusas, kosinusas ir tangentas	16		
Progresijos	20	*Kompetencijos:* K1 | K2 | K3 | K4 | K5 | K6 | K7 *Matematikos pasiekimai:* A1 | A2 | A3 | A4 B1 | B2 | B3 C1 | C2 | C3	Referatas, integruota pamoka
Funkcijos samprata	4		
Laipsninė ir šaknies funkcijos	4		
Rodiklinės ir logaritminės funkcijos	4		
Trigonometrinės funkcijos	6		
Pirmasis tarpinis patikrinimas T(20) (po 23 savaičių)	4		
Racionaliosios lygtys	4		
Iracionaliosios lygtys	4		
Rodiklinės lygtys	4		
Logaritminės lygtys	6		

Tekstiniai uždaviniai	10		
Racionaliosios nelygybės	6		
Rodiklinės nelygybės	4		
Logaritminės nelygybės	4		
Kartojimas	8		
Iš viso	144		

* Kompetencijų ugdymas per matematikos pamokas siejamas su matematikos pasiekimais, proceso organizavimu ir įvairių kontekstų nagrinėjimu. Matematikos pasiekimai ugdomi visu matematikos turiniu. Mokytojas čia gali planuoti mokslo metų pradžioje ir koreguoti jų eigoje, kurių kompetencijų ir matematikos pasiekimų ugdymui bus skiriamas didesnis dėmesys mokant konkrečios temos (atsižvelgdamas į planuojamas veiklas, nagrinėjamus kontekstus ir pan.)

** Mokytojas čia gali planuoti vidinę, tarpdalykinę, aktualaus turinio integraciją, projektines veiklas ir pan. Mokslo metų pradžioje ir jų eigoje.

Matematikos planas III gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas.

PAMOKŲ SKAIČIUS: 6 pamokos per savaitę, iš viso 216 pamokų.

Mokymosi turinys	Valandos	Kompetencijos ir matematikos pasiekimai	Pastabos** (integracija, aktualus turinys, projektai ir pan.)
Kurso kartojimas (9-10 ir I-II gimnazijos klasės)	12		
Skaičių aibės. Veiksmai su skaičių aibėmis	4		
Realiojo skaičiaus modulis	16		
Paklaidos	4		
Šaknys	8		
Laipsniai	8		
Logaritmai	8		
Sinusas, kosinusas ir tangentas	20		
Progresijos	28	*Kompetencijos:* K1 K2 K3 K4 K5 K6 K7 *Matematikos pasiekimai:* A1 A2 A3 A4 B1 B2 B3 C1 C2 C3	Referatas, integruota pamoka
Funcijos samprata	8		
Laipsninė ir šaknies funkcijos	4		
Rodiklinė ir logaritminė funkcijos	4		
Trigonometrinės funkcijos	6		
Pirmasis tarpinis patikrinimas T (20)	6		

Racionaliosios lygtys	4		
Iracionaliosios lygtys	6		
Rodiklinės lygtys	6		
Logaritminės lygtys	6		
Lygtys su moduliais	6		
Lygčių sistemos. Tekstiniai uždaviniai	8		
Racionaliosios nelygybės	8		
Rodiklinės nelygybės	6		
Logaritminės nelygybės	6		
Nelygybės su moduliais	6		
Plokštumos vektoriai. Veiksmai su vektoriais	6		
Vektoriai stačiakampėje koordinčių plokštumoje	6		
Kartojimas	6		
Iš viso	216		

* Kompetencijų ugdymas per matematikos pamokas siejamas su matematikos pasiekimais, proceso organizavimu ir įvairių kontekstų nagrinėjimu. Matematikos pasiekimai ugdomi visu matematikos turiniu. Mokytojas čia gali planuoti mokslo metų pradžioje ir koreguoti jų eigoje, kurių kompetencijų ir matematikos pasiekimų ugdymui bus skiriamas didesnis dėmesys mokant konkrečios temos (atsižvelgdamas į planuojamas veiklas, nagrinėjamus kontekstus ir pan.)

** Mokytojas čia gali planuoti vidinę, tarpdalykinę, aktualaus turinio integraciją, projektines veiklas ir pan. Mokslo metų pradžioje ir jų eigoje.

Matematikos planas IV gimnazijos klasė. Bendrasis kursas.

PAMOKŲ SKAIČIUS: 4 pamokos per savaitę, iš viso 136 pamokos.

Mokymosi turinys	**Valandos**	**Kompetencijos ir matematikos pasiekimai**	**Pastabos**** (integracija, aktualus turinys, projektai ir pan.)
Trigonometrinės lygtys	16		
Funkcijos išvestinė	28	*Kompetencijos:* K1 K2 K3 K4 K5 K6 K7 *Matematikos pasiekimai:* A1 A2 A3 A4 B1 B2 B3 C1 C2 C3	Referatas, integruota pamoka
Tiesės, plokštumos, kampai erdvėje	13		
Briaunainiai ir sukiniai	17	*Kompetencijos:* K1 K2 K3 K4 K5 K6 K7 *Matematikos pasiekimai:* A1 A2 A3 A4 B1 B2 B3 C1 C2 C3	Referatas, integruota pamoka

Antrasis tarpinis patikrinimas T2(20)	4		
Įvadas į taikomąją duomenų analizę	18	K1 K2 K3 K4 K5 K6 K7 *Matematikos pasiekimai:* A1 A2 A3 A4 B1 B2 B3 C1 C2 C3	Referatas, integruota pamoka
Tikimybės ir interpretavimas	14		
Pasirengimas egzaminui	26		
Iš viso	136		

* Kompetencijų ugdymas per matematikos pamokas siejamas su matematikos pasiekimais, proceso organizavimu ir įvairių kontekstų nagrinėjimu. Matematikos pasiekimai ugdomi visu matematikos turiniu. Mokytojas čia gali planuoti mokslo metų pradžioje ir koreguoti jų eigoje, kurių kompetencijų ir matematikos pasiekimų ugdymui bus skiriamas didesnis dėmesys mokant konkrečios temos (atsižvelgdamas į planuojamas veiklas, nagrinėjamus kontekstus ir pan.)
** Mokytojas čia gali planuoti vidinę, tarpdalykinę, aktualaus turinio integraciją, projektines veiklas ir pan. Mokslo metų pradžioje ir jų eigoje.

Matematikos planas IV gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas.

PAMOKŲ SKAIČIUS: 6 pamokos per savaitę, iš viso 216 pamokų.

Mokymosi turinys	**Valandos**	**Kompetencijos ir matematikos pasiekimai**	**Pastabos**** (integracija, aktualus turinys, projektai ir pan.)
Trigonometrinės lygtys ir nelygybės	24		
Funkcijos išvestinė	44	*Kompetencijos:* K1 K2 K3 K4 K5 K6 K7 *Matematikos pasiekimai:* A1 A2 A3 A4 B1 B2 B3 C1 C2 C3	Referatas, integruota pamoka
Pirmykštė funkcija ir integralas	24		
Tiesės, plokštumos, kampai erdvėje	22		
Briaunainiai ir sukiniai	20	*Kompetencijos:* K1 K2 K3 K4 K5 K6 K7 *Matematikos pasiekimai:* A1 A2 A3 A4 B1 B2 B3 C1 C2 C3	Referatas, integruota pamoka
Antrasis tarpinis patikrinimas T2(20)	6		
Įvadas į taikomąją duomenų analizę	10	K1 K2 K3 K4 K5 K6 K7 *Matematikos pasiekimai:* A1 A2 A3 A4 B1 B2 B3	Referatas, integruota pamoka

		C1 | C2 | C3	
Rinkiniai: kėliniai, gretiniai, deriniai	6		
Klasikiniai ir neklasikiniai tikimybiniai modeliai	16		
Atsitiktiniai dydžiai	8		
Pasirengimas egzaminui	36		
Iš viso	216		

* Kompetencijų ugdymas per matematikos pamokas siejamas su matematikos pasiekimais, proceso organizavimu ir įvairių kontekstų nagrinėjimu. Matematikos pasiekimai ugdomi visu matematikos turiniu. Mokytojas čia gali planuoti mokslo metų pradžioje ir koreguoti jų eigoje, kurių kompetencijų ir matematikos pasiekimų ugdymui bus skiriamas didesnis dėmesys mokant konkrečios temos (atsižvelgdamas į planuojamas veiklas, nagrinėjamus kontekstus ir pan.)

** Mokytojas čia gali planuoti vidinę, tarpdalykinę, aktualaus turinio integraciją, projektines veiklas ir pan. Mokslo metų pradžioje ir jų eigoje.

Kitokia forma pateiktos Nuoseklaus teminio (pusmečių) pamokų planavimo lentelės

III GIMNAZIJOS KLASĖ (B – 144 pamokos, I – 216 pamokų)

(B – 72 pamokos, I – 108 pamokos)

I pusmetis

BENDRASIS KURSAS	72	IŠPLĖSTINIS KURSAS	108
0. Pagrindinės mokyklos kurso kartojimas	**8**	**0. Pagrindinės mokyklos kurso kartojimas**	**12**
1. Skaičiai ir skaičiavimai (6 savaitės, 24 pamokų – 2 KD pamokos)	**44**	**1. Skaičiai ir skaičiavimai** (6 savaitės, 36 pamokų – 2 KD pamokos)	**56**
1.1. Skaičių aibės. Veiksmai su skaičių aibėmis	2	1.1. Skaičių aibės. Veiksmai su skaičių aibėmis	4
1.2. Realiojo skaičiaus modulis	4	1.2. Realiojo skaičiaus modulis	6
1.2.1. Paklaidos	4	1.2.1. Paklaidos	4
1.3. Šaknys	4	1.3. Šaknys	8
1.4. Laipsniai	6	1.4. Laipsniai	8
1.5. Logaritmai	8	1.5. Logaritmai	8
1.6. Sinusas, kosinusas ir tangentas (4 savaitės, 16 pamokų – 2 KD pamokos)	16	1.6. Sinusas, kosinusas ir tangentas (3 savaitės, 18 pamokų– 2 KD pamokos)	18
1.6.1. Posūkių kampai. Vienetinis apskritimas	4	1.6.1. Posūkių kampai. Vienetinis apskritimas	4
1.6.2. Posūkio kampo sinusas ir kosinusas. Arksinusas ir arkkosinusas	8	1.6.2. Posūkio kampo sinusas ir kosinusas. Arksinusas ir arkkosinusas	7
1.6.3. Posūkio kampo tangentas. Arktangentas	4	1.6.3. Posūkio kampo tangentas. Tangentų tiesė. Arktangentas	7
2. Progresijos (6 savaitės, 24 pamokos – 2 KD pamokos)	**20**	**2. Progresijos** (4 savaitės, 24 pamokos – 2 KD pamokos)	**22**
2.1. Aritmetinė progresija	10	2.1. Aritmetinė progresija	10
2.2. Geometrinė progresija	10	2.2. Geometrinė progresija	8
		2.3. Nykstamoji geometrinė progresija	4
		3. Funkcijos (3 savaitės, 18 pamokų – 2 KD pamokos)	**18**
		3.1. Funkcijos samprata	3
		3.2. Funkcijų savybės. Tolydžios funkcijos riba	4
		3.3. Laipsninės funkcijos	2
		3.4. Šaknies funkcijos	3
		3.5. Rodiklinės funkcijos	3
		3.6. Logaritminės funkcijos	3

III GIMNAZIJOS KLASĖ, (B – 72 pamokos, I – 108 pamokos)

II pusmetis

BENDRASIS KURSAS	72	IŠPLĖSTINIS KURSAS	108
3. Funkcijos (5 savaitės, 20 pamokų – 2 KD pamokos)	**20**	**3. Funkcijos** (2 savaitės, 12 pamokų – 1KD pamoka)	**12**
3.1. Funkcijos samprata	4	3.7. Trigonometrinės funkcijos	6
3.2. Laipsninės funkcijos	2		
3.3. Šaknies funkcijos	2		
3.4. Rodiklinės funkcijos	2		
3.5. Logaritminės funkcijos	2		
3.6.Trigonometrinės funkcijos	4		
T1(20) Tarpinis atsiskaitymas	**4**	T1(20) Tarpinis atsiskaitymas	**6**
4. Lygtys (7 savaitės, 28 pamokos – 4 KD pamokos)	**28**	**4. Lygtys** (7 savaitės, 42 pamokos – 3 KD pamokos)	**42**
4.1. Lygtys ir jų sprendiniai	4	4.1. Lygtys ir jų sprendiniai	6
4.2.Iracionaliosios lygtys	4	4.2. Iracionaliosios lygtys	6
4.3. Rodiklinės lygtys	4	4.3. Rodiklinės lygtys	7
4.4. Logaritminės lygtys	6	4.4. Logaritminės lygtys	7
		4.5. Lygtys su moduliais	6
5.5. Tekstiniai uždaviniai	10	4.6. Lygčių sistemos. Tekstiniai uždaviniai	10
5. Nelygybės (5 savaitės, 20 pamokos – 2 KD pamokos)	**20**	**5. Nelygybės** (5 savaitės, 30 pamokų – 3 KD pamokos)	**30**
5.1. Racionaliosios nelygybės	8	5.1. Racionaliosios nelygybės	9
5.2. Rodiklinės nelygybės	6	2.2. Rodiklinės nelygybės	7
5.3. Logaritminės nelygybės	6	5.3. Logaritminės nelygybės	8
		5.4. Nelygybės su moduliais	6
		7. Vektoriai (3 savaitės, 18 pamokų – 2 KD pamokos)	**18**
		7.1. Plokštumos vektoriai. Veiksmai su vektoriais	9
		7.2. Vektoriai stačiakampėje koordinačių plokštumoje	9
Kurso kartojimas **(1 savaitė, 4 pamokos)**	**4**	**Kurso kartojimas** **(1 savaitė, 6 pamokos)**	**6**

IV GIMNAZIJOS KLASĖ, (B – 136 pamokos, I – 204 pamokos)

(B – 72 pamokos, I – 108 pamokos)

I pusmetis

BENDRASIS KURSAS	72	IŠPLĖSTINIS KURSAS	108
6. Trigonometriniai reiškiniai. Trigonometrinės lygtys (4 savaitės, 16 pamokų – 2 KD pamokos)	**16**	**7. Trigonometriniai reiškiniai. Trigonometrinės lygtys ir nelygybės** (4 savaitės, 24 pamokos – 3 KD pamokos)	**24**
6.1. Trigonometrinės formulės ir trigonometriniai reiškiniai	8	7.1. Trigonometrinės formulės ir trigonometriniai reiškiniai	10
6.2. Trigonometrinės lygtys	8	7.2. Trigonometrinės lygtys	10
		7.3. Trigonometrinės nelygybės	4
7. Geometrija (7 savaitės, 28 pamokos – 2 KD pamokos)	**28**	**8. Geometrija** (7 savaitės, 42 pamokos – 3 KD pamokos)	**42**
7.1. Stereometrijos sąvokos, aksiomos, teoremos	4	8.1. Stereometrijos sąvokos, aksiomos, teoremos	10
7.2. Tiesės, plokštumos, kampai erdvėje	7	8.2. Tiesės, plokštumos, kampai erdvėje. Trijų statmenų teorema	12
7.3. Briaunainiai ir sukiniai	17	8.3. Briaunainiai ir sukiniai	20
8. Išvestinės (7 savaitės, 28 pamokos – 2 KD pamokos)	**28**	**9. Išvestinės** (7 savaitės, 42 pamokos – 3 KD pamokos)	**42**
8.1. Funkcijos išvestinės samprata	13	9.1. Funkcijos išvestinės samprata	9
		9.2. Funkcijos išvestinės radimas	14
8.3. Funkcijos savybių tyrimas naudojantis išvestine	15	9.3. Funkcijos savybių tyrimas naudojantis išvestine	19

IV GIMNAZIJOS KLASĖ, (B – 64 pamokos, I – 96 pamokos)

II pusmetis

BENDRASIS KURSAS	64	IŠPLĖSTINIS KURSAS	96
T2(20) Tarpinis atsiskaitymas	4	T2(20) Tarpinis atsiskaitymas	6
9.Duomenys ir tikimybės. (6 savaitės, 24 pamokos – 2 KD pamokos)	24	**10. Integralai** (4 savaitės, 24 pamokos – 3 KD pamokos)	24
9.1. Įvadas į taikomąją duomenų analizę	6	10.1. Pirmykštės funkcija ir integralas	6
9.2. Tikimybės ir interpretavimas	18	10.2. Apibrėžtinis integralas	8
.		10.3. Integralų taikymai	10
		11. Duomenys ir tikimybės (6 savaitės, 36 pamokos – 3 KD pamokos)	36
		11.1. Įvadas į taikomąją duomenų analizę	6
		11.2. Rinkiniai: kėliniai, gretiniai, deriniai	6
		11.3. Klasikiniai ir neklasikiniai tikimybiniai modeliai	16
		11.4. Atsitiktinis dydžiai	8
Kurso kartojimas (9 savaitės, 36 pamokos)	36	**Kurso kartojimas** (5 savaitės, 30 pamokų)	30

<table>
<tr><td colspan="13">Veiklos pavadinimas: Integruota lietuvių kalbos ir matematikos pamoka “M. Martinaitis ir matematika“</td></tr>
<tr><td>Klasė</td><td colspan="12">IV gimnazijos klasė</td></tr>
<tr><td>Trukmė</td><td colspan="12">1 pamoka</td></tr>
<tr><td>Veiklos tikslas</td><td colspan="12">Bendradarbiaujant, diskutuojant ir atliekant užduotis įsitikinti, kad literatūroje esama matematikos</td></tr>
<tr><td>Vartojamos sąvokos</td><td colspan="12">Lygtis, vienetinis apskritimas, vienetas, nulis, begalybė, grafikas, posūkio kampas, periodas, apibrėžimo sritis, didžiausia ir mažiausia reikšmė, lyginės funkcijos ir nelyginės funkcijos, ciklas, rinkinys, perkeltinė prasmė, ezopinė kalba</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ugdomi matematikos pasiekimai</td><td colspan="4">A. Gilus supratimas ir argumentavimas</td><td colspan="3">B. Matematinis komunikavimas</td><td colspan="3">C. Problemų sprendimas</td></tr>
<tr><td>A1</td><td>A2</td><td>A3</td><td>A4</td><td>B1</td><td>B2</td><td>B3</td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td></tr>
<tr><td>Ugdomos kompetencijos</td><td>Pažinimo</td><td>Socialinė, emocinė ir sveikos gyvensenos</td><td>Kūrybiškumo</td><td>Pilietiškumo</td><td>Kultūrinė</td><td>Komunikavimo</td><td>Skaitmeninė</td></tr>
<tr><td>Priemonės</td><td colspan="12">Užduočių lapas, kūriniai, vertinimo lapas</td></tr>
</table>

Eiga	Mokiniai suskirstomi į keturias grupes. Kiekviena grupė išsirenka komandos moderatorių, kuris burtų keliu išsirenka M. Martinaičio kūrinį (paruošti lapai su kūriniais). Kartu su kūriniu kiekviena grupė gauna užduočių lapą. Pasibaigus užduočių atlikimo laikui, kiekviena grupė pristato savo atliktą užduotį, o likusių grupių kiekvienas mokinys įvertina užduoties atlikimą ir užpildo vertinimo lapus. Pamokos pabaigoje atliekama veiklos refleksija.
Užduoties lapas	**Užduotys** **1gr.** Kūrinys **„Kukučio rauda po dangumi“.** a) Nubrėžkite skirtingose koordinačių plokštumose funkcijų y = sin(x) ir y = cos(x) grafikus. Pažymėkite funkcijų nulius, funkcijų didžiausias ir mažiausias reikšmes. b) Atraskite tekste žodžius, žodžių darinius, kurie Jūsų nuomone, atitiktų pažymėtus taškus, funkcijų grafikų didėjimą ir mažėjimą (žodžius užrašykite kreivėse). Mokėti paaiškinti, panaudojant perkeltinę teksto prasmę. **2gr.** Kūrinys **„Kukutis nori pamatyti tėvynę“** a) Nubrėžkite vienetinį apskritimą. Jame pavaizduokite posūkio kampus: $\alpha = 45^{o}$; $\beta = 405^{o}$ ir $\gamma = -120^{o}$. Susiekite įvairių posūkio kampų vaizdavimą su tekstu (paaiškinkite). b) Apskaičiuokite $2 \cdot \cos 60^{o} - 3 \cdot \sin(-30^{o}) - (\sin^{2} 250^{o} + \cos^{2} 250^{o})$. Susiekite su tekstu trigonometrinių funkcijų savybes ir lygybę $\sin^{2} x + \cos^{2} x = 1$.Ką tai galėtų reikšti perkeltine prasme? **3 gr.** Kūrinys **„Kukutis važiuoja pilnu troleibusu“** a) Nubrėžkite skirtingose koordinačių plokštumose funkcijų $y = \lvert\cos x\rvert$ ir $y = \mathrm{tg}\, x$ grafikus. Užrašykite šių funkcijų mažiausius teigiamus periodus, reikšmių sritis ir apibrėžimo sritis. b) Raskite tekste žodžius arba žodžių darinius, kurie būtų susiję su nubrėžtomis kreivėmis ir jų užrašytomis savybėmis. **4 gr.** Kūrinys **„Instrukcija Kukučiui, paleistam iš daboklės“** ir **„Kukučio niekų dainele“** a) Grafiškai išspręskite lygtis sin(2x) = 3 ir cos(x) = -2. Užrašykite lygčių sprendinių skaičių. Susiekite šią atliktą užduotį su **„Kukučio niekų dainele“**(paaiškinkite). b) Išspręskite lygtis: $\mathrm{tg}\, x \cdot \mathrm{ctg}\, x = 0;$ $\cos x \cdot \mathrm{tg}\, x = \sin x;$ $5 \cos(\frac{3\pi}{2} + 2x) = 10.$ Susiekite šią atliktą užduotį su **„Instrukcija Kukučiui, paleistam iš daboklės“** **Refleksija** Parinkite teisingą atsakymo variantą. 1. „Kukučio baladės“ yra a) eilėraščių ciklas, b) eilėraščių rinkinys, c) vienas eilėraštis. 2. Analizuotame eilėraštyje pagrindinė mintis yra paslėpta, išsakyta a) perkeltine prasme, b) ezopine kalba, c) jos iš viso nėra. 3. Pagrindinis eilėraščių personažas yra Kukutis: a) jaunas studentas,

	b) paukštis, c) patyręs, daug matęs, išgyvenęs žmogus lietuvis. 4. Analizuotame eilėraštyje išsakoma tokia pagrindinė mintis (parašykite): .... 5. Funkcijos y = sin(x) ir y = cos(x) yra a) lyginės, b) nelyginės, c) nei lyginės nei nelyginės. 6. Lygtis cos(2x) = x^2+2 turi a) vieną sprendinį, b) be galo daug sprendinių, c) neturi sprendinių. 7. Kampas $\alpha = 430^{\circ}$ priklauso a) I koordinatiniam ketvirčiui, b) IV koordinatiniam ketvirčiui, c) III koordinatiniam ketvirčiui. 8. Funkcijos $y=3\lvert\sin 2x\rvert$ +1 reikšmių sritis yra a) $[0;1]$, b) $[1;3]$, c) $[1;4]$
Patarimai mokytojui	Mokytojas savo nuožiūra sudaro vertinimo lapą, paskirsto užduočių atlikimo ir pristatymo laiką
Šaltinis	Užduotys iš matematikos uždavinyno, M .Martinaitis „Kukučio baladės“

<table>
<tr><td colspan="11">Veiklos pavadinimas: Planimetrijos kurso kartojimas</td></tr>
<tr><td>Klasė</td><td colspan="10">III gimnazijos klasė</td></tr>
<tr><td>Trukmė</td><td colspan="10">1 – 2 pamokos</td></tr>
<tr><td>Veiklos tikslas</td><td colspan="10">Bendradarbiaujant, diskutuojant ir sprendžiant uždavinius pakartoti planimetrijos kursą</td></tr>
<tr><td>Vartojamos sąvokos</td><td colspan="10">Kampas, atkarpa, trikampis, lygiagretainis, trikampių lygumas, trikampių panašumas, pusiaukampinė, pusiaukraštinė, apskritimas, vidurinė linija, perimetras, plotas</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ugdomi matematikos pasiekimai</td><td colspan="4">A. Gilus supratimas ir argumentavimas</td><td colspan="3">B. Matematinis komunikavimas</td><td colspan="3">C. Problemų sprendimas</td></tr>
<tr><td>A1</td><td>A2</td><td>A3</td><td>A4</td><td>B1</td><td>B2</td><td>B3</td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td></tr>
<tr><td>Ugdomos kompetencijos</td><td colspan="10">Pažinimo | Socialinė, emocinė ir sveikos gyvensenos | Kūrybiškumo | Pilietiškumo | Kultūrinė | Komunikavimo | Skaitmeninė</td></tr>
<tr><td>Priemonės</td><td colspan="10">Užduočių lapas</td></tr>
<tr><td>Eiga</td><td colspan="10">Pristatomas „Sniego kamuolio ridenimo“ metodas.

• Formuluojamas atviras klausimas kiekvienai suolų eilei:

1 eilė - „ Ką žinote apie kampus, tiesių tarpusavio padėtį, apskritimą ir skritulį?“

2 eilė – „Ką žinote apie trikampius?“

3 eilė – „Ką žinote apie keturkampius ir lygiagretainius?“

• Mokinių prašoma individualiai užrašyti atsakymą į pateiktą klausimą.

• Mokytojui davus ženklą, mokinys lygina atsakymą su suolo draugu, diskutuoja ir jį papildo.</td></tr>
</table>

- Dar kartą mokytojui davus ženklą poros susijungia eilėje į ketvertukus, kuriuose vėl diskutuojant lyginami ir papildomi atsakymai.

- Trečią kartą mokytojui davus ženklą, susijungia į suolų eilės aštuntuką (ar dešimtuką) ir suformuluoja jau bendrą atsakymą, kurį pristatys viešai.

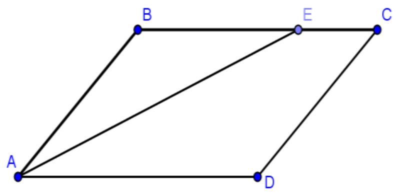
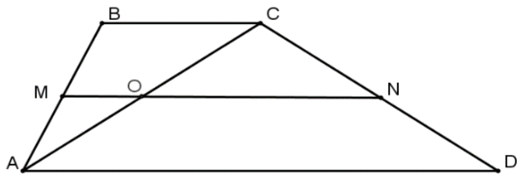
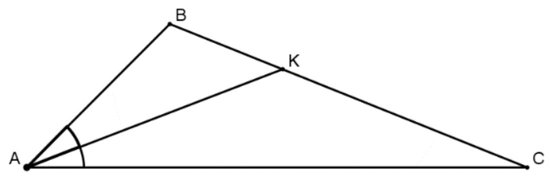
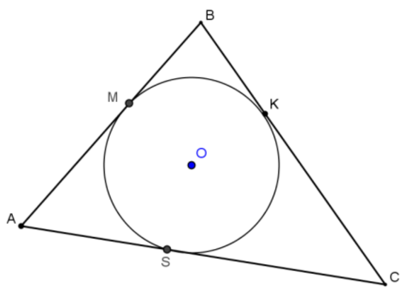
- Kiekvienos eilės atstovas viešai klasės mokiniams pristato bendrą grupės atsakymą (pristato galutinį atsakymų lapą, kuris pritvirtinamas lentoje).

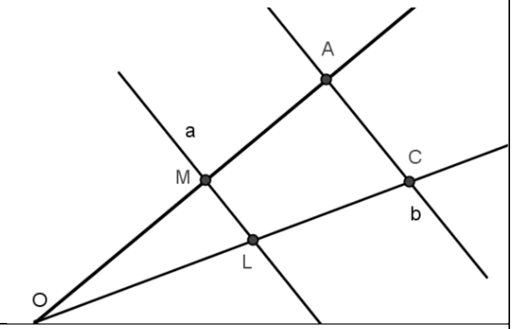
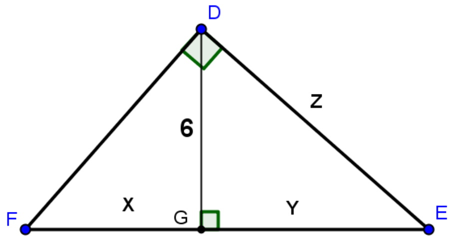
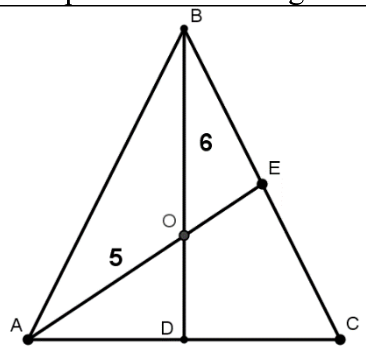
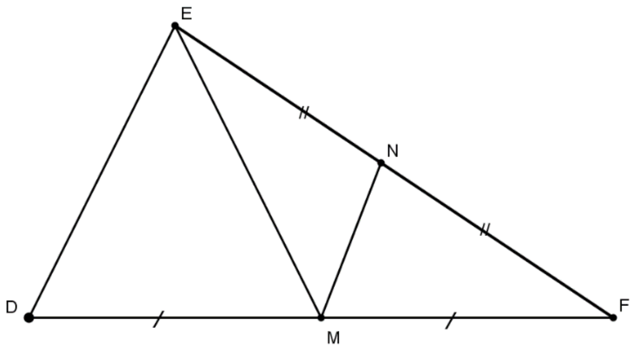
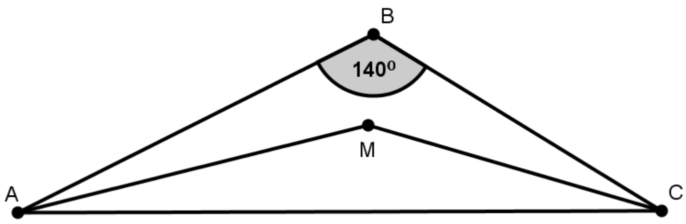
- Po pristatymo mokytojas siūlo likusių eilių mokiniams papildyti atsakymą.

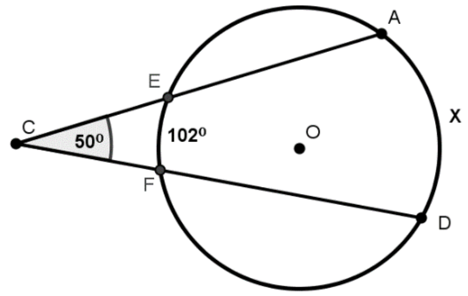
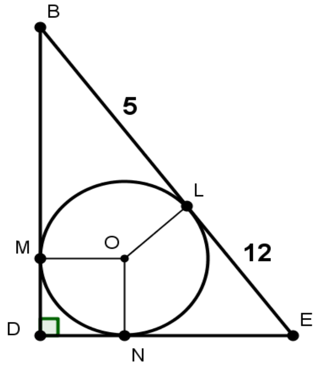
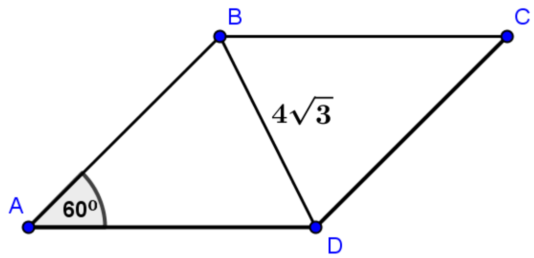
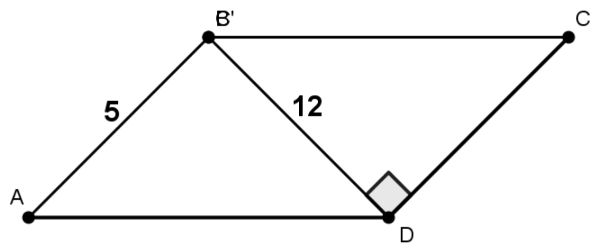
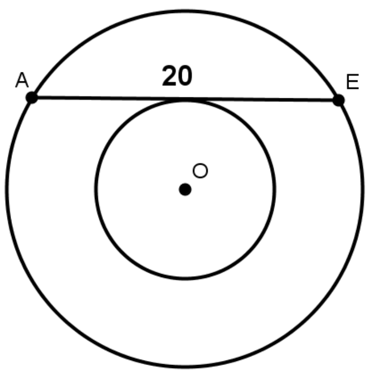
Praktinis darbas

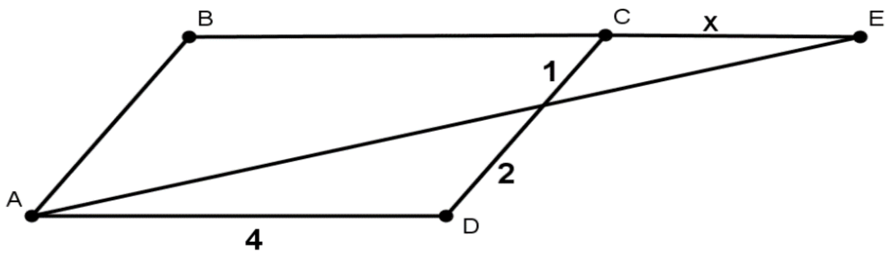
- Mokytojas kiekvienam mokiniui padalina paruoštą užduočių lapą.
- Mokytojui davus ženklą, mokiniai baigia praktinį darbą ir porose pasikeičia atsakymų lapais.
  Ekrane rodomi užduočių atsakymai. Suolo draugas taiso savo draugo klaidas ir įvertina atliktą užduotį.

Užduoties lapas

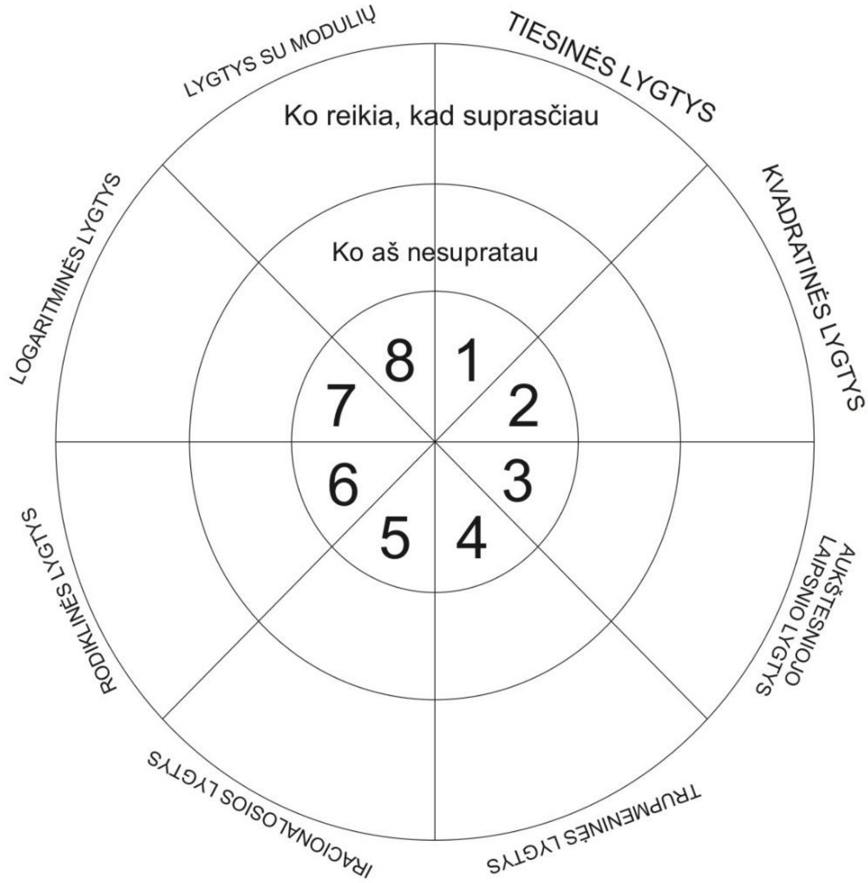
Eil. Nr.	Užduotis
1.	ABCD – lygiagretainis, AE – pusiaukampinė, AB = 3, EC = 2. Apskaičiuokite P_{ABCD}. 
2.	ABCD – trapecija, MN – vidurinė linija, NO – OM = 2, MN = 10. Apskaičiuokite BC ir AD. 
3.	AK – trikampio ABC pusiaukampinė, AC = 5, AB = 4, BC = 9. Apskaičiuokite BK, KC. 
4.	 Apskaičiuokite trikampio perimetrą, kai AM = 6; CS = 8, BK = 4.
5.	Lygiagretainio plotas 30 cm^2, o kraštinių ilgiai – 10 cm ir 6 cm. Apskaičiuokite lygiagretainio aukštinių h_1 ir h_2 ($h_1 < h_2$) ilgius.

6.	Kampo O kraštines kerta dvi lygiagrečios tiesės a ir b, atitinkamai taškuose M ir L, A ir C taip, kad OL : LC = 3:2, ML = 12. Apskaičiuokite atkarpos AC ilgį. 
7.	Rasti atkarpų x, y ir z ilgius, kai FD= $2\sqrt{13}$. 
8.	Stačiojo trikampio statinių ilgiai 12 mm ir 5mm. Apskaičiuokite iš stačiojo kampo viršūnės nubrėžtos aukštinės ir pusiaukraštinės ilgius.
9.	Trikampis ABC toks, kad AB =BC, AE ir BD – pusiaukraštinės. AO = 5; BO = 6. Apskaičiuokite S_{ABC}. 
10.	EM yra trikampio DEF pusiaukraštinė, o MN- trikampio MEF pusiaukraštinė. S_{MNF} = 12, S_{DEF} = ? 
11.	AM ir CM  pusiaukampinės.

	Apskaičiuokite kampo AMC didumą.
12.	Apskaičiuokite lanko x didumą. 
13.	Apskaičiuokite apskritimo spindulio ilgį ir trikampio plotą. 
14.	ABCD – rombas, S_{ABCD} = ? 
15.	ABCD – lygiagretainis. Apskaičiuokite lygiagretainio plotą. 
16.	Koks žiedo plotas, jeigu mažesnio skritulio spindulys r, o didesniojo – R. 

	17.	 ABCD - lygiagretainis. Apskaičiuokite atkarpos x ilgį.
Patarimai mokytojui	Savarankiškos užduoties lape užduotis mokytojas parenka savo nuožiūra, pavyzdžiui iš 17 gali parinkti tik 10. „Sniego kamuolio ridenimo“ metodas padeda mokiniams komunikuoti, bendradarbiauti. Ši metodą galima taikyti įvairiose kartojimo pamokose.	
Šaltinis	Užduotys iš matematikos uždavinyno	

Veiklos pavadinimas: Mokymosi ratas. Lygtys.	
Klasė	III gimnazijos klasė
Trukmė	Temai “Lygtys” skirtas pamokų skaičius
Veiklos tikslas	Įsivertinti, apmąstyti ir reflektuoti kaip sekasi spręsti lygtis
Vartojamos sąvokos	Tiesinė lygtis, kvadratinė lygtis, racionalioji lygtis, aukštesniojo laipsnio lygtis, lygtis su šaknimi, rodiklinė lygtis, logaritminė lygtis, lygtis su moduliu
Ugdomi matematikos pasiekimai	A. Gilus supratimas ir argumentavimas: A1, A2, A3, A4; B. Matematinis komunikavimas: B1, B2, B3; C. Problemų sprendimas: C1, C2, C3
Ugdomos kompetencijos	Pažinimo; Socialinė, emocinė ir sveikos gyvensenos; Kūrybiškumo; Pilietiškumo; Kultūrinė; Komunikavimo; Skaitmeninė
Priemonės	Popieriaus lapas su mokymosi ratu
Eiga	Kiekviena sunumeruota rato dalis yra skirta vis kitai temos “Lygtys” potėmei: tiesinė lygtis, kvadratinė lygtis, racionalioji lygtis, aukštesniojo laipsnio lygtis, lygtis su šaknimi, rodiklinė lygtis, logaritminė lygtis, lygtis su moduliu. Pamokos pabaigoje mokiniams skiriamos penkios minutės tam, kad mokiniai įrašytų savo atsiliepimus į mokymosi ratą. Vidiniame rate mokiniai įrašo tai, ko jie nesuprato, o išoriniame – tai, ko jiems dar reikia, kad įstengtų suprasti.
Užduoties lapas	

	
Patarimai mokytojui	Ši trumpa grįžtamojo ryšio forma padeda mokytojui daugiau sužinoti, ką mokiniai išmoko konkrečios temos etape. Kokią pažangą mokymesi mokiniai padarė per tam tikrą pamokų ciklą. Šią formą galima taikyti įvairiose mokymosi etapuose.
Šaltinis	www.schulentwicklung.ch

Veiklos pavadinimas: Žaidimas “Matematinis loto”	
Klasė	III gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas.
Trukmė	1 pamoka
Veiklos tikslas	Savikontrolė, skirta apibendrinti žinias susijusias su rodiklinių lygčių ir nelygybių sprendimu
Vartojamos sąvokos	Rodiklinė lygtis, rodiklinė nelygybė
Ugdomi matematikos pasiekimai	A. Gilus supratimas ir argumentavimas: A1, A2, A3, A4 B. Matematinis komunikavimas: B1, B2, B3 C. Problemų sprendimas: C1, C2, C3
Ugdomos kompetencijos	Pažinimo; Socialinė, emocinė ir sveikos gyvensenos; Kūrybiškumo; Pilietiškumo; Kultūrinė; Komunikavimo; Skaitmeninė
Priemonės	Uždavinių rinkinys ir loto kortelės (mokiniams). Uždavinių rinkinio atsakymai, kontroliniai skaičiai ir intervalai (mokytojui).
Eiga	Mokiniams išdalinama uždavinių rinkinys (10 uždavinių), loto kortelės. Reikia išspręsti visus 10 uždavinių ir loto kortelėje užbraukti tuos atsakymus, kurie yra užrašyti. Lieka neužbrauktas vienas atsakymas t.y. kontrolinis skaičius arba intervalas. Pagal jį galima spręsti apie teisingą užduoties atlikimą. Kontroliniai skaičiai ir intervalai: -8; 6; 7; 8; 10; (-∞; 9); (-1; 3); (-∞; 4,5); (0; +∞). Atsakymai: 1,4; -2; 0; 1; (-∞; 0); (-∞; 4,5); 3; 4; -1; 2.

Užduoties lapas	<u>Uždavinių rinkinys.</u> 1. Išspręskite lygtį $\left(\frac{4}{5}\right)^{3x-5}=\left(\frac{5}{4}\right)^{2x-2}$ 2. Išspręskite lygtį $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)^{2x-1}=8$ 3. Išspręskite lygtį $3^{x}+4\cdot 3^{x+1}=13$ 4. Išspręskite lygtį ir apskaičiuokite lygties sprendinių sumą $9^{x}-4\cdot 3^{x}+3=0$ 5. Išspręskite nelygybę $\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}>5$ 6. Išspręskite nelygybę $2^{2x-9}\leq 1$ 7. Išspręskite lygčių sistemą ir apskaičiuokite reiškinio $2x+y$ reikšmę, x, y – lygčių sistemos sprendinys $\begin{cases}2x=1+y,\\ 5^{x+y}=5.\end{cases}$ 8. Išspręskite lygtį $2^{\frac{6x-3}{x}}=\sqrt[4]{8^{2x-1}}$ 9. Apskaičiuokite mažiausią sveikąjį skaičių tenkinantį nelygybę $2^{x+3}+10\cdot 11^{x+2}<11^{x+3}+2^{x+2}$ 10. Apskaičiuokite didžiausią sveikąjį skaičių tenkinantį nelygybę $3^{1+\sqrt{x+1}}-28+3^{2-\sqrt{x+1}}<0$ Loto kortelės

1	4	0	2	−1	6	−1	−2	3
3	7	−1	0	1,4	$(-\infty; 0)$	4	1	$(-\infty; 4,5)$
$(-\infty; 4,5)$	1,4	2	1	4	3	−2	0	2
−2	0	$(-\infty; 4,5)$	−5	1,4	2	0	1,4	−1
−1	4	1	$(-\infty; 0)$	3	0	1	$(-1; 3)$	−2
10	0	−2	1	$(-\infty; 4,5)$	−1	$(-\infty; 0)$	2	4
2	1,4	−1	−1	2	1	1	0	3
$(-\infty; 0)$	$(-\infty; 4,5)$	1	−2	1,4	0	−1	$(-\infty; 4,5)$	2
3	0	4	$(-\infty; 0)$	$(-1; 3)$	3	−2	−4	$(0; \infty)$
−1	1,4	0	3	0	1	0	−1	1,4
−2	4	1	2	1,4	$(-\infty; 4,5)$	−2	2	3
3	$(-\infty; 3)$	$(-\infty; 0)$	$(0; \infty)$	−2	−1	$(-\infty; 4,5)$	4	$(0; \infty)$
1	$(-\infty; 0)$	−2	1	4	2	4	0	1,4
0	4	3	−2	−1	$(-\infty; 4,5)$	$(-\infty; 0)$	$(-1; 3)$	$(-\infty; 4,5)$
$(-\infty; 4,5)$	2	−1	0	3	$(-\infty; 0)$	−2	1	3
$(-\infty; 0)$	3	4	1	$(-\infty; 9)$	4	$(-\infty; 0)$	1	4
−1	$(-1; 3)$	$(-\infty; 4,5)$	0	3	$(-\infty; 0)$	−8	−1	0
1,4	−2	2	−1	−2	$(-\infty; 4,5)$	2	−2	$(-\infty; 4,5)$
−2	3	0	3	$(-\infty; 4,5)$	1	−1	1,4	0
1,4	8	4	0	$(-\infty; 0)$	−2	$(-\infty; 4,5)$	3	$(-1; 3)$
$(-\infty; 4,5)$	−2	1	−1	2	4	4	2	−1

Patarimai mokytojui	Mokytojas gali pasirinkti: organizuoti individualų mokinių darbą arba darbą grupėse
Šaltinis	www.book.belveter.by

3. Skaitmeninės mokymo priemonės, skirtos BP įgyvendinti.

Skaitmeninės technologijos XXI a. tapo neatsiejama žmogaus gyvenimo dalimi – jos pasitelkiamos sprendžiant mokslines problemas, valstybinius saugumo klausimus, kuriant meną, verslo ir finansų valdyme, kasdieniniame gyvenime. Skaitmeninės technologijos vis dažniau naudojamos ir ugdymo procese. Tai ne tik praturtina ugdymo procesą šiuolaikiška, vaizdžia medžiaga, bet ir skatina mokinių susidomėjimą, įtraukia į aktyvų mokymąsi. Taikant skaitmenines technologijas ugdymo procese siekiama ne tik veiksmingiau, orientuojantis į mokinį, įgyvendinti dalyko ugdymo tikslus ir uždavinius, atliepti visuomenės bei nuolatinio mokymosi poreikius, bet kartu plėtoti ir mokinių skaitmeninę kompetenciją, ypač svarbią gyvenant šiuolaikinėje visuomenėje.

Mokytojui planuojant ugdymo turinį svarbu tinkamai atsirinkti skaitmenines mokymosi priemones bei jas lanksčiai, tikslingai ir sistemingai taikyti ugdymo procese. Reikėtų nepamiršti, kad bet kokios mokymosi priemonės, taip pat ir skaitmeninės, pirmiausiai turėtų būti pritaikytos nusimatytiems mokymosi tikslams pasiekti, tapti integralia planuojamo ir įgyvendinamo proceso dalimi bei skatinti savireguliuojančio (savikrypčio) mokymosi principais grindžiamą mokymąsi.

Mokinių gebėjimams ugdytis svarbus mokymosi šaltinių šiuolaikiškumas, įvairovė, prieinamumas, atitiktis šioms priemonėms keliamiems reikalavimams. Prioritetas turėtų būti teikiamas skaitmeninėms mokymosi priemonėms, kurioms būdingas „multimodalumas“ (informacija pateikiama įvairiomis verbalinėmis ir vizualinėmis formomis) ir „adaptyvumas“ (mokymosi turinys pritaikomas prie besimokančiojo mokymosi galimybių ir pasiekimų). Tai sudaro galimybes mokytojui kartu su mokiniais kurti lankstų, besimokančiųjų poreikius ir mokymosi galimybes atitinkantį mokymosi „kelią“ ir siekti Bendrosiose programose apibrėžtų mokinių pasiekimų.

Skaitmeninės priemonės gali tapti veiksmingu įrankiu vertinant mokinių pasiekimus ir pažangą. Sistemingai stebima, fiksuojama, kaupiama vertinga vertinimo informaciją talpinama e.aplankuose (e.portfolio) ar pan. Ugdymo procese didelis dėmesys turėtų būti kreipiamas ugdomajam (formuojamajam) vertinimui.

Organizuojant mokymąsi mišriu arba nuotoliniu būdu mokiniai turėtų būti supažindinami su patarimais ir mokomi, kaip atsižvelgiant į mokymosi poreikius, numatytus (nusimatytus) mokymosi tikslus, galėtų pasirinkti skaitmeninius išteklius, jais naudotis atliekant užduotis, įgyvendinant suplanuotas veiklas. Šio pobūdžio veikloms galima numatyti atskiras nuotolines „pamokas“ arba jas integruoti į užduotis, kurios atliekamos mokantis sinchroniniu arba asinchroniniu būdu.

Mokant matematikos nuolat aptariamas skaičiuotuvo naudojimo klausimas. Skaičiuotuvo naudojimas gali padėti sprendžiant realaus turinio uždavinius, kai atliekami veiksmai su didesniais ar „nepatogiais“ skaičiais. Jį patogu pasitelkti ir atliekant integruotas, projektines veiklas, kai dėmesys sutelkiamas į problemų sprendimą, o ne į procedūrų atlikimą.

Matematikos pamokose reikėtų skirti laiko ir grafikų, geometrinių figūrų braižymui naudojant skaitmenines priemones. Tam gali būti naudojami įvairūs grafiniai skaičiuotuvai bei kitos priemonės, pavyzdžiui „GeoGebra“, „Desmos“, mobilioji programėlė „Graphing Calculator – Algeo | Free Plotting“ ir kt.

Per matematikos pamokas mokomasi sudaryti duomenų lenteles, analizuoti duomenis, kurti diagramas. Tam įprasta naudoti įvairias skaičiuokles, pavyzdžiui „MS Excel“, tačiau kartais galima pasitelkti ir paprastesnes, mažiau galimybių turinčias ir dažniau mokinių naudojamas programas, pavyzdžiui „MS PowerPoint“, ar mobiliąsias programėles, pavyzdžiui „Chart Maker“.

Kuriant matematinius pranešimus skaitmeninėmis technologijomis, galima pasitelkti programas, skirtas tekstams, plakatams, infografikams, pranešimams kurti, pavyzdžiui „MS Word“, įskaitant ir matematinių formulių rinkimo juostą, „Google Slides“, „Canva“, „Piktochart“ ir kt. Organizuojant tokias mokymosi veiklas tikslinga būtų tartis ir derinti ugdymo procesą su informatikos bei kitų dalykų mokytojais, aptarti, kokias skaitmenines priemones mokiniai jau naudoja. Tokiu būdu sudaroma galimybė daugiau laiko skirti dalyko mokymuisi, o ne skaitmeninių priemonių pažinimui ir įvaldymui.

Mokytojai taip pat gali naudotis parengtu skaitmeninių mokymo(si) priemonių sąrašu (https://www.emokykla.lt/nuotolinis/skaitmenines-mokymo-priemones), kuriame rekomenduojamos nuotoliniam mokymui organizuoti skaitmeninės mokymo(si) priemonės suskirstytos pagal ugdymo sritis, dalykus, klases ir mokymo priemonių tipą.

4. Literatūros ir šaltinių sąrašas

Kuriant matematinius pranešimus, rengiant projektinius darbus ar rašant matematinio turinio straipsnį mokiniai remiasi mokslininkų, įvairių autorių darbais. Panaudojamos citatos, lentelės, diagramos ir t. t. Mokytojai turėtų skirti laiko supažindinti mokinius, kaip teisingai reikėtų cituoti panaudotų autorių darbus.

Nr.	Pavadinimas	Trumpa anotacija
1.	Bendrojo ugdymo dalykų vadovėlių duomenų bazė https://www.emokykla.lt/bendrasis/vadoveliai	Švietimo portalo informacinės sistemos duomenų bazė, kurioje kaupiama informacija apie įvertintus vadovėlius

Nr.	Pavadinimas	Trumpa anotacija
2.	Aukštesniųjų gebėjimų turinčių vaikų atpažinimas https://www.nsa.smm.lt/svietimo-pagalbos-departamentas/psichologijos-skyrius/istekliu-bankas/aukstesniuju-gebejimu-turinciu-vaiku-atpazinimas/	Didelį mokymosi potencialą turinčių mokinių įvertinimui skirta medžiaga. Metodiniai nurodymai mokyklų psichologams, mokytojams, tėvams.
3.	Specialieji moduliai aukštesniųjų gebėjimų turintiems vaikams. Mokytojo aplankas. https://www.nsa.smm.lt/svietimo-pagalbos-departamentas/psichologijos-skyrius/istekliu-bankas/specialieji-moduliai-aukstesniuju-gebejimu-turintiems-vaikams-mokytojo-aplankas/	Mokytojo aplanke pateikti visų specialiųjų modulių užduočių atsakymai ir, kur reikia, sprendimai. Daliai užduočių pateiktos sprendimo užuominos – jos skirtos tiek mokytojui, tiek mokiniui. Užuominų paskirtis – pateikti mokiniui nuorodas, kuria linkme jam galvoti, jei mokinys per tam tikrą laiką negeba sugalvoti sprendimo būdo. Reikalinga registracija.
4.	Leonas Narkevičius, Natalja Sinicyna, Zina Šiaulienė. Matematika http://www.esparama.lt/es_parama_pletra/failai/ESFproduktai/2012_matematikos_mokomoji_priemone_9_klasei.pdf	Knyga skirta 9–12 klasių mokiniams ir jų mokytojams, norintiems giliau pažvelgti į kai kurias mokyklines temas, taip pat susipažinti su keliomis matematikoje tradicinėmis, bet mokykloje nenagrinėjamomis temomis. Knygoje yra pateikta šiek tiek teorijos bei pavyzdžių, atskirų temų uždavinių bei jų sprendimai.
5.	Zita Nauckūnaitė. Skaitymas per visų dalykų pamokas, 2016 https://www.youtube.com/watch?v=DMDKAinmfGg	Paskaita – „Mokytojo TV“ vaizdo įrašas (žr. nuo 38 min.)
6.	Zita Nauckūnaitė. Matematikos tekstų skaitymas, 2016 http://mokytojotv.blogspot.com/2016/08/zita-nauckunaite-matematikos-tekstu.html	Paskaita – „Mokytojo TV“ vaizdo įrašas (žr. nuo 23 min.)
7.	Vilija Targamadzė, Sigita Girdzijauskienė, Aida Šimelionienė, Palmira Pečiuliauskienė, Zita Nauckūnaitė. Naujoji (Z) karta – prarastoji ar dar neatrastoji? Naujosios (Z) kartos vaiko mokymosi procesų esminių aspektų identifikavimas: mokslo studija. Specialiosios pedagogikos ir psichologijos centras, Vilnius, 2015 http://www.esparama.lt/documents/10157/490675/2015+Naujoji+Z+karta.pdf	Mokslo studijoje pateikiamas holistinis (didaktinės teorijos ir praktikos jungties) požiūris į naująją (Z) kartą pedagoginės psichologijos kontekste. Penkios studijos dalys nagrinėja naujosios (Z) kartos mokinių esminius pedagoginius, psichologinius bruožus ir mokymo(si) didaktinius principus, mokymosi pasiekimų veiksnius, mokymosi ypatumus R. Feuersteino teorijos požiūriu, taip pat naujosios kartos mokinių tarpasmeninės komunikacijos gebėjimus bei teksto suvokimo mokymo ir mokymosi strategijas.
8.	Vilija Targamadzė, Aida Šimelionienė. Naujosios (Z) kartos ugdymo pedagoginiai ir psichologiniai aspektai. Rekomendacijos pedagogams ir švietimo pagalbos specialistams. Specialiosios pedagogikos ir psichologijos centras. Vilnius, 2015 http://www.esparama.lt/documents/10157/490675/2015+Naujosios+%28Z%29+kartos+ugdymo+pedagoginiai+ir+psichologiniai+aspektai.pdf/8fdf162d-0d03-4b7e-b0c6-863b69d9ec06	Rekomendacijos skirtos mokinių mokymosi procesų esminiams aspektams identifikuoti ir Naujosios (Z) mokinių kartos mokymosi efektyvumui didinti.
9.	Komunikavimo kompetencijos ugdymas. Matematika, 2011 https://sodas.ugdome.lt/metodiniai-dokumentai/perziura/1452	Medžiagoje pateikiami komunikavimo kompetencijos samprata (2008) ir jos ugdymo matematikos pamokose pavyzdžiai.
10.	Skaitymo kompetencijų ugdymo metodika (IQES online Lietuva), 2010	Čia rasite patikrintų metodų, kaip mokiniai nuo pradinės mokyklos iki gimnazijos gali ugdytis savo

Nr.	Pavadinimas	Trumpa anotacija
	https://iqesonline.lt/index.cfm?id=78061c04-441e-a138-8254-6c441f7f59b5	skaitymo kompetenciją. Metodų rinkinyje pateikta, kaip individualiai ir bendradarbiaujant įsisavinti mokymosi strategijas. Skaitymo pratybų bendradarbiaujant tikslas – išmokyti silpniau ir geriau skaitančius mokinius naudotis praktiniais instrumentais, kurie padės geriau suvokti skaitomą tekstą. Būtina registracija.
11.	Renata Geležinienė, Laima Vasiliauskienė, Aušra Vyšniauskienė. Mokomės KARTU. Metodinės rekomendacijos mokytojams ir švietimo pagalbos teikėjams. Specialiosios pedagogikos ir psichologijos centras. Vilnius, 2011 http://www.esparama.lt/es_parama_pletra/failai/ESFproduktai/2011_metodines_rekomendacijos_Mokomes_kartu.pdf	Rekomendacijos skirtos bendrojo ugdymo mokyklų mokytojams, dirbantiems su specialiųjų ugdymosi poreikių (toliau – SUP) turinčiais mokiniais, taip pat mokytojams, kurie dirba didelių ir labai didelių specialiųjų ugdymosi poreikių turintiems mokiniams skirtose mokyklose (klasėse), švietimo pagalbos specialistams. Šiomis rekomendacijomis siekiama bendrojo ir specialiojo ugdymo dermės, į kompetencijų ugdymą orientuoto ugdymo turinio diferencijavimo, taip pat padėti mokytojams pritaikyti ugdymo turinį specialiųjų ugdymosi poreikių turintiems mokiniams.
12.	Agnė Lastakauskienė. Apmąstyk ir veik! Refleksijos metodai ir rekomendacijos mokymosi procese, 2015 https://duomenys.ugdome.lt/saugykla/2015/04/01/Metodine-priemone-Apmastyk-ir-veik.Refleksijos-metodai-ir-rekomendacijos.pdf	Metodinėje priemonėje pateikta įvairių, skirtingo lygio ir paskirties refleksijos užduočių, kad mokytojo darbas būtų kūrybiškesnis, o mokymosi veikla mokiniams taptų įvairesnė ir aktualesnė. Refleksijos užduotys suskirstytos pagal refleksijos būdus: veiksmo refleksija, refleksija veikiant ir refleksija kaip veiksmas.
13.	Ričardas Razmas. Kombinatorikos, tikimybių teorijos ir matematinės statistikos pradmenys, 1994 https://duomenys.ugdome.lt/saugykla/tvs/40/files/Kombinatorika_Tikimybes_Statistika_RAZMAS.pdf	Knygoje pateikta teorinė medžiaga, uždavinių rinkiniai, uždavinių sprendimai, atsakymai.
14.	Onutė Jablonskienė, Viktorija Sičiūnienė. Planimetrijos kurso sisteminimas, 1995 1 sąsiuvinis https://duomenys.ugdome.lt/saugykla/tvs/40/files/Planimetrijos_kurso_sisteminimas_1__sasiuvinis_O._Jablonskiene_V._Siciuniene.pdf 2 sąsiuvinis https://duomenys.ugdome.lt/saugykla/tvs/40/files/Planimetrijos_kurso_sisteminimas_2_sasiuvinis_O._Jablonskiene_V._Siciuniene.pdf 3 sąsiuvinis https://duomenys.ugdome.lt/saugykla/tvs/40/files/Planimetrijos_kurso_sisteminimas_3_sasiuvinis_O._Jablonskiene_V._Siciuniene.pdf 4 sąsiuvinis https://duomenys.ugdome.lt/saugykla/tvs/40/files/Planimetrijos_kurso_sisteminimas_4_sasiuvinis_O._Jablonskiene_V._Siciuniene.pdf 5 sąsiuvinis	Leidinį sudaro penki sąsiuviniai – planimetrijos kurso temas apimančių uždavinių rinkinys, pateikta uždavinių sprendimo metodika, metodinės rekomendacijos bei teorinių žinių minimumas, reikalingas racionaliausiam uždavinių sprendimui.

Nr.	Pavadinimas	Trumpa anotacija
	https://duomenys.ugdome.lt/saugykla/tvs/40/files/Planimetrijos_kurso_sisteminimas_5_sasiuvinis_O._Jablonskiene_V._Siciuniene.pdf	
15.	Palmyra Puzinaitė. Planimetrijos uždaviniai su sprendimais, 2015 https://duomenys.ugdome.lt/saugykla/tvs/40/files/Planimetrijos_uzdaviniai_su_sprendimais_PUZAITE.pdf	Planimetrijos uždavinių (iš viso 251) su sprendimais rinkinį sudaro 6 skyriai: „Apskritimas“, „Trikampis“, „Lygiagretainis“, „Rombas“, „Stačiakampis“, „Trapecija“.
16.	Khan Academy https://www.khanacademy.org	Khan Academy –iliustruotos ir įgarsintos matematikos ir kitų dalykų pamokos anglų kalba.
17.	Finansinis raštingumas (mokesčių skaičiavimas)	https://www.vmi.lt/evmi/mokesciu-abc1

5. Užduočių ar mokinių darbų, iliustruojančių pasiekimų lygius, pavyzdžiai

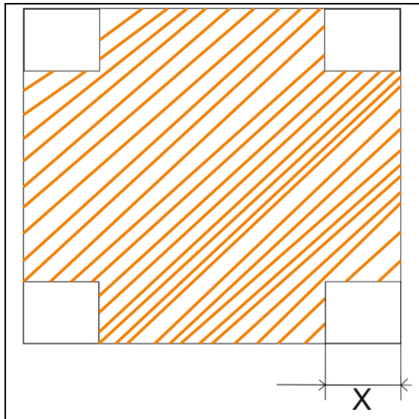
Pasiekimų lygių požymiai. III–IV gimnazijos klasės

Pasiekimų lygiai			
1	**2**	**3**	**4**
A. Gilus supratimas ir argumentavimas A1. Tinkamai atlieka matematines procedūras, argumentuoja, kodėl jas taip atlieka. A2. Tyrinėja matematinius objektus, formuluoja hipotezes apie bendras jų savybes ir vietą anksčiau nagrinėtų objektų sistemoje. A3. Sukuria nuoseklią, logiškai pagrįstą teiginių seką ar užduoties sprendimą, vertina argumentavimo logiškumą, įrodo matematinius teiginius. A4. Planuoja, stebi, apmąsto, įsivertina matematikos mokymosi procesą ir rezultatus.			
A1.1 Tinkamai atlieka paprasčiausias, o naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba paprastas mokymosi turinyje numatytas matematines procedūras, paaiškina kaip jas atlieka.	A1.2 Konsultuodamasis tinkamai, nuosekliai atlieka paprastas mokymosi turinyje numatytas matematines procedūras, naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba argumentuoja, kodėl jas taip atlieka.	A1.3 Tinkamai, nuosekliai atlieka paprastas mokymosi turinyje numatytas matematines procedūras, konsultuodamasis argumentuoja kodėl jas taip atlieka.	A1.4 Tinkamai, nuosekliai atlieka nesudėtingas mokymosi turinyje numatytas matematines procedūras, argumentuoja kodėl jas taip atlieka.
III gimnazijos klasė. Bendrasis kursas. Rodiklinės lygtys. Mokomasi spręsti rodiklines lygtis, suvedant į pavidalą: $a^{f(x)} = a^r$; $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ ir lygtis pavidalo $a^{2x} + a^x + b = 0$, *f*(*x*) ir *g*(*x*) – ne aukštesnio negu antrojo laipsnio dvinaris. <...>			
Išspręskite lygtį $7^{x-5} = 49$	Išspręskite lygtį $(\frac{3}{4})^{x^2-x} = 1$	Išspręskite lygtį $(\frac{7}{5})^{2x} \cdot (\frac{5}{7}) = (\frac{7}{5})^{\frac{3-x}{4}}$	Išspręskite lygtį $4^x + 2^x - 6 = 0$
A1.1 Tinkamai atlieka paprasčiausiais, o konsultuodamasis paprastas mokymosi turinyje numatytas matematines procedūras, paaiškina kaip jas atlieka.	A1.2 Tinkamai, nuosekliai atlieka paprastas mokymosi turinyje numatytas matematines procedūras,konsultuodamasis argumentuoja kodėl jas taip atlieka.	A1.3 Tinkamai, nuosekliai atlieka nesudėtingas mokymosi turinyje numatytas matematines procedūras, konsultuodamasis argumentuoja kodėl jas taip atlieka.	A1.4 Sklandžiai, nuosekliai atlieka nesudėtingas mokymosi turinyje numatytas matematines procedūras, argumentuoja kodėl jas taip atlieka.
III gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas. Rodiklinės lygtys. Nagrinėjamos nesudėtingos lygtys, kurių nežinomasis yra laipsnio (laipsnių) rodiklyje (rodikliuose). Aiškinamasi, kad tokias lygtis patogu spręsti suteikiant joms pavidalą $a^{f(x)} = a^{g(x)}, a > 0, a \neq 1$. Mokomasi spręsti rodiklines lygtis, kurias patogu spręsti įvedant naują nežinomąjį.			
Išspręskite lygtį $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+5} = 2{,}25$	Išspręskite lygtį $5^x + 5^{x+1} = 30$	Išspręskite lygtį $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$	Išspręskite lygtį $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}$

A2.1 Konsultuodamasis paprasčiausiais atvejais, o naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba paprastais atvejais tyrinėja konkrečius matematinius objektus. Padedamas formuluoja hipotezes apie bendras jų savybes bei vietą anksčiau nagrinėtų objektų sistemoje.	A2.2 Savarankiškai paprasčiausiais atvejais, o konsultuodamasis paprastais atvejais tyrinėja konkrečius matematinius objektus. Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba formuluoja hipotezes apie bendras jų savybes bei vietą anksčiau nagrinėtų objektų sistemoje.	A2.3 Savarankiškai paprastais atvejais, o konsultuodamasis nesudėtingais atvejais tyrinėja konkrečius ir abstrakčius matematinius objektus. Konsultuodamasis formuluoja hipotezes apie bendras jų savybes bei vietą anksčiau nagrinėtų objektų sistemoje.	A2.4 Nesudėtingais atvejais tyrinėja konkrečius ir abstrakčius matematinius objektus. Formuluoja hipotezes apie bendras jų savybes bei vietą anksčiau nagrinėtų objektų sistemoje.
III gimnazijos klasė. Bendrasis kursas. Progresijos. <...> įvairių uždavinių sprendimui taikomos aritmetinės progresijos formulės (*n*-tojo nario, pirmųjų *n* narių sumos) <...>.			
Apskaičiuokite sumą 1+3+5 +…+ 102.	Apskaičiuokite visų dviženklių natūraliųjų skaičių, kurie yra 9 kartotiniai, sumą.	Apskaičiuokite sumą visų triženklių skaičių, kuriuos dalijant iš 5, gauname liekaną 4.	Aritmetinės progresijos pirmasis narys lygus -45,6, o penkioliktasis narys lygus 2. Apskaičiuokite pirmųjų trisdešimties šios progresijos narių sumą.
A2.1 Konsultuodamasis paprasčiausiais atvejais, o naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba paprastais atvejais tyrinėja įvairius matematinius objektus. Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba formuluoja hipotezes apie bendras jų savybes bei vietą anksčiau nagrinėtų objektų sistemoje, apie bendras matematines idėjas.	A2.2 Savarankiškai paprasčiausiais atvejais, o konsultuodamasis paprastais atvejais tyrinėja įvairius matematinius objektus. Konsultuodamasis formuluoja hipotezes apie bendras jų savybes bei vietą anksčiau nagrinėtų objektų sistemoje, apie bendras matematines idėjas.	A2.3 Savarankiškai paprastais atvejais, o konsultuodamasis nesudėtingais atvejais tyrinėja įvairius matematinius objektus. Formuluoja hipotezes apie bendras jų savybes bei vietą anksčiau nagrinėtų objektų sistemoje, apie bendras matematines idėjas.	A2.4 Nesudėtingais atvejais tyrinėja įvairius matematinius objektus, formuluoja hipotezes apie bendras jų savybes ir vietą anksčiau nagrinėtų objektų sistemoje, apie bendras matematines idėjas.
III gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas. Progresijos. Apibrėžiamos sąvokos (pirmasis skaičių sekos narys, *n*-tasis skaičių sekos narys, begalinė skaičių seka, baigtinė skaičių seka, aritmetinės progresijos skirtumas, <...> progresijos *n*-tojo nario formulė, rekurentinė formulė). <...> su aritmetine <...> susijusios formulės (*n*-tojo nario, viduriniojo nario, pirmųjų *n* narių sumos). <...>			
Seka $a_0, a_1, a_2,\dots$ apibrėžta taip: $a_0 = 4, a_1 = 6,$ $$a_{n+1} = \frac{a_n}{a_{n-1}}\ (n \geq 1).$$	$S_{19} - S_{18} = 125,\ a_{n+1} = \frac{1}{3} + a_n.$ Apskaičiuokite S_{10}.	Aritmetinės progresijos n pirmųjų narių suma išreiškiama formule $S_n = 0{,}5n^2 - 3n.$	Įrodykite, kad jeigu skaičiai $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{b}$; $\frac{1}{c}$ sudaro aritmetinę progresiją, tai teisinga lygybė $$ab + bc + ac = 3ac$$

Apskaičiuokite a_7		Apskaičiuokite progresijos 4-ąjį narį.	
A3.1 Konsultuodamasis paprasčiausiais atvejais, o naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba paprastais atvejais sukuria nuoseklų užduoties sprendimą, empiriškai patikrina prašomą įrodyti teiginį. Konsultuodamasis kritiškai vertina matematinio pranešimo logiškumą.	A3.2 Savarankiškai paprasčiausiais atvejais, o konsultuodamasis paprastais atvejais sukuria nuoseklų, argumentuotą užduoties sprendimą, empiriškai patikrina prašomą įrodyti teiginį, kritiškai vertina matematinio pranešimo logiškumą.	A3.3. Savarankiškai paprastais atvejais, o konsultuodamasis nesudėtingais atvejais sukuria nuoseklų, argumentuotą užduoties sprendimą, neformalų dedukcinį įrodymą, kritiškai vertina matematinio pranešimo logiškumą.	A3.4. Savarankiškai paprastais atvejais, o konsultuodamasis nesudėtingais atvejais sukuria nuoseklų, argumentuotą užduoties sprendimą, abstraktų, formalų matematinį įrodymą, kritiškai vertina matematinio pranešimo logiškumą.
III gimnazijos klasė. Bendrasis kursas. Skaičiai ir skaičiavimai. <…> Išsiaiškinama, kaip reiškiniais užrašyti lyginių ir nelyginių natūraliųjų skaičių aibes, duoto natūraliojo skaičiaus kartotinių aibę. <…>. Plečiama laipsnio su natūraliuoju rodikliu sąvoka. <…>			
Lėktuvas iš miesto A į miestą B skrenda 42 minutes, o kitas lėktuvas – 54 minutes. 13 valandą dienos lėktuvai išskrido kartu. Kurią valandą lėktuvai vėl pakils drauge?	Įrodykite, kad skaičius $10^{12}+ 2$ dalijasi iš 3.	Įrodykite, kad skaičius $10^{n}+ 8$ dalijasi iš 9, n $\in N$.	Įrodykite, kad keturių iš eilės einančių natūraliųjų skaičių suma yra lyginis skaičius.
A3.1 Savarankiškai paprasčiausiais atvejais, o konsultuodamasis paprastais atvejais sukuria nuoseklų, argumentuotą užduoties sprendimą, kritiškai vertina matematinio pranešimo logiškumą	A3.2 Savarankiškai paprasčiausiais atvejais, o konsultuodamasis paprastais atvejais sukuria nuoseklų, argumentuotą užduoties sprendimą, empiriškai patikrina prašomą įrodyti teiginį, kritiškai vertina matematinio pranešimo logiškumą.	A3.3. Savarankiškai paprastais atvejais, o konsultuodamasis nesudėtingais atvejais sukuria nuoseklų, argumentuotą užduoties sprendimą, neformalų dedukcinį įrodymą, kritiškai vertina matematinio pranešimo logiškumą.	A3.4 Sukuria nuoseklų, argumentuotą užduoties sprendimą, abstraktų, formalų matematinį įrodymą, kritiškai vertina matematinio pranešimo logiškumą.
III gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas. Logaritminės nelygybės. Nagrinėjamos nesudėtingos nelygybės, kurių nežinomasis yra logaritmo (logaritmų) reiškinyje (reiškiniuose). Aiškinamasi, kad tokias nelygybes patogu spręsti suteikiant joms pavidalą $\log_a f(x) \gtreqless \log_a g(x)$, o tada pereinant prie logaritmų reiškinių nelygybės. Diskutuojama, kada ir kodėl būtina atsižvelgti į logaritmo apibrėžimo sritį.			
Išspręskite nelygybę $\lg x > 1 - \lg 5$.	Išspręskite nelygybę $\frac{\ln(x+5)}{\log_{\frac{1}{3}} 3} \geq 0.$	Įrodykite, kad nelygybės $4 < 2x < 6$ srendinių aibė yra logaritminės nelygybės $\log_3 x + \log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{9}} x \geq -1$ sprendinių aibės poaibis.	Duota funkcija $f(x) = \log_{0,2}(x-4)$. 1.Įrodykite, kad funkcija $y = f(x)$ yra mažėjančioji. 2. Apskaičiuokite a reikšmes, su kuriomis $f(3-a) < f(7)$.

A4.1 Paragintas įsitraukia į matematikos mokymąsi. Domisi matematikos mokslo indėliu į įvairių šiuolaikinių problemų sprendimą. Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba stebi, įsivertina mokymosi procesą bei rezultatus, apmąsto juos būsimos karjeros kontekste. Iškilus kliūtims, reikalinga pagalba.	A4.2 Pasitiki savo jėgomis matematikoje, noriai dalyvauja mokymosi procese. Domisi matematikos mokslo indėliu įvairių šiuolaikinių problemų sprendime. Konsultuodamasis įsivertina mokymosi procesą ir rezultatus, apmąsto juos būsimos karjeros kontekste. Iškilus kliūtims, ieško pagalbos.	A4.3 Noriai dalyvauja mokymosi procese, pasitiki savo jėgomis matematikoje. Domisi matematikos mokslo indėliu įvairių šiuolaikinių problemų sprendime. Įsivertina mokymosi procesą ir rezultatus. Konsultuodamasis apmąsto juos būsimos karjeros kontekste. Iškilus kliūtims, jas įvardija ir ieško pagalbos.	A4.4 Aktyviai dalyvauja mokymosi procese, pasitiki savo jėgomis matematikoje. Jaučia atsakomybę ne tik už savo, bet ir bendramokslių daromą pažangą. Domisi matematikos mokslo indėliu įvairių šiuolaikinių problemų sprendime. Sistemingai įsivertina mokymosi procesą ir rezultatus, apmąsto juos būsimos karjeros kontekste. Iškilus kliūtims, randa būdų joms įveikti.
IV gimnazijos klasė. Bendrasis kursas. Išvestinės. <...> Naudojantis funkcijos $y = f(x)$ išvestinės funkcijos $y = f'(x)$ apibrėžimu mokomasi rasti tiesinės ($y = f(x) = kx + b$) ir kvadratinės ($y = f(x) = ax^2 + bx + c$) funkcijų išvestines. <...> Praktikuojamasi skaičiuoti funkcijų, išreikštų daugianariais išvestines ir taikyti išvestinių skaičiavimo taisykles. <...> Praktikuojamasi tirti funkcijos savybes ir braižyti funkcijų grafikų eskizus. Sprendžiami įvairaus konteksto išvestinių taikymo uždaviniai.			
Mokiniams pateikiamos keturios skirtingo sunkumo užduotys. Prašoma spręsti uždavinius nuosekliai bei įsivertinti, ką reikia gebėti ar žinoti, kad atliktumėte kiekvieno lygio užduotis. *1 lygis.* Apskaičiuokite daugianario išvestinę: a) $2x + 4$; $b)$ $3x^2 + x + 6$; $c)$ $x^3 - 4x^2 - 8x + \pi$. *2 lygis.* Apskaičiuokite funkcijos išvestinę: $a)$ $f(x) = (2x + 5)^2$; $b)$ $f(x) = (3 + 4x)(4x - 3)$; $c)$ $f(x) = (x - 2)(x^2 + 1)$. *3 lygis.* Naudodamiesi funkcijos išvestine ištirkite funkciją $f(x) = x^3 - 3x$ ir nubraižykite jos grafiką. *4 lygis.* Iš kvadratinės formos skardos lakšto, kurio krašto ilgis 3 dm, išpjaunant kampuose vienodus kvadratėlius ir užlenkiant likusius pakraščius, reikia padaryti stačiakampio gretasienio formos dėžutę be dangčio. 4.1. Pažymėję išpjaunamo kvadratėlio kraštinės ilgį x dm, parodykite, kad dėžutės tūris $V = f(x) = x(3 - 2x)^2$ dm^3. 4.2. Kokia turi būti x reikšmė, kad dėžutės tūris būtų didžiausias? 4.3. Apskaičiuokite didžiausią dėžutės tūrį.			

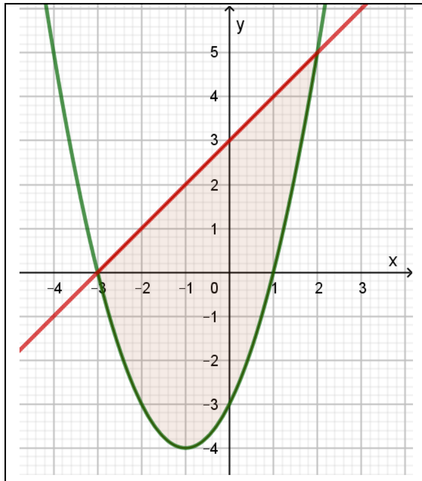
<table>
<tr><td colspan="4">
</td></tr>
<tr><td>A4.1 Paragintas įsitraukia į matematikos mokymąsi. Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba stebi, įsivertina mokymosi procesą bei rezultatus, išsikelia trumpalaikius mokymosi tikslus, planuoja mokymąsi. Iškilus kliūtims, reikalinga pagalba.</td><td>A4.2 Dalyvauja matematikos mokymosi procese, jaučia atsakomybę už savo daromą pažangą. Konsultuodamasis stebi, reflektuoja ir įsivertina mokymosi procesą ir rezultatus, planuoja mokymąsi. Iškilus kliūtims, ieško pagalbos.</td><td>A4.3 Dalyvauja matematikos mokymosi procese, jaučia atsakomybę už savo daromą pažangą.
Stebi, reflektuoja ir įsivertina mokymosi procesą bei rezultatus. Konsultuodamasis planuoja mokymąsi. Iškilus kliūtims, jas įvardija ir ieško pagalbos.</td><td>A4.4 Dalyvauja matematikos mokymosi procese, pasitiki savo jėgomis, mokydamasis jaučia atsakomybę už savo daromą pažangą. Sistemingai stebi, reflektuoja ir įsivertina matematikos mokymosi procesą bei rezultatus. Iškilus kliūtims, randa būdų joms įveikti.</td></tr>
<tr><td colspan="4">IV gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas. Integralai. <...> Mokomasi, naudojantis neapibrėžtinio integralo ženklu, užrašyti funkcijos $y = f(x)$ visas pirmykštes funkcijas: $\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + C,\ C \in \mathbf{R}$.<...> Pateikiamos ir apibūdinamos apibrėžtinio integralo savybės. <...> Pateikiama ir pagrindžiama Niutono-Leibnico formulė: $S = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$ ir mokomasi ja naudotis, sprendžiant uždavinius, susijusius su kreivinių figūrų plotais.<...></td></tr>
<tr><td colspan="4">Mokiniams pateikiamos keturios skirtingo sunkumo užduotys. Prašoma spręsti uždavinius nuosekliai bei įsivertinti, ką reikia gebėti ar žinoti, kad atliktumėte kiekvieno lygio užduotis.

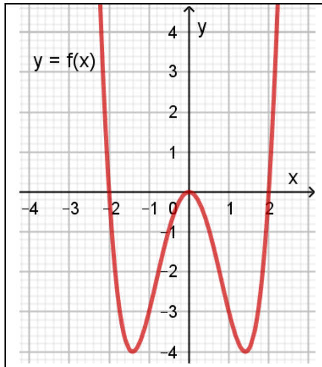
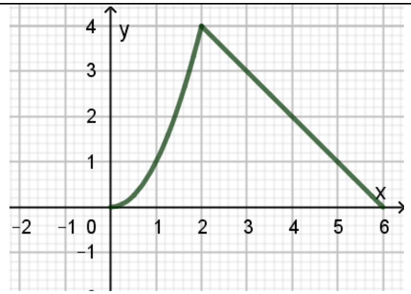
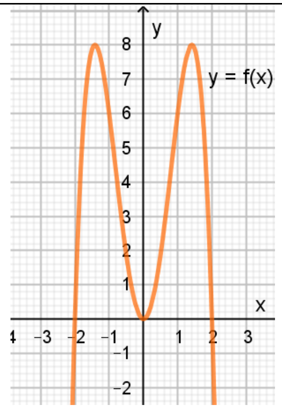
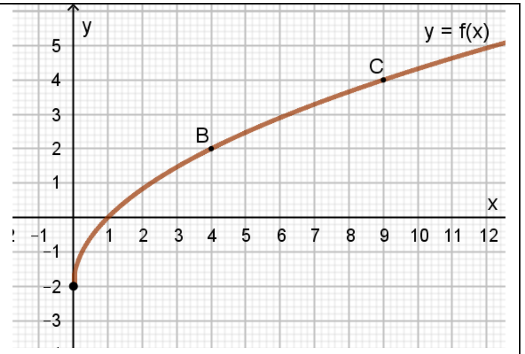
1 lygis. Parašykite funkcijos $f(x) = 3x + 2$y pirmykštę funkciją, kurios grafikas eina per tašką (2; 3).

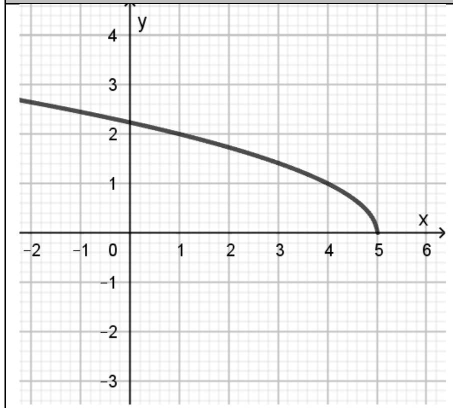
2 lygis. Apskaičiuokite integralus: a)$\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{5}} x\,dx$; b) $\int_{-2}^{-1}\frac{x^2-x}{x}$ dx; c) $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(\cos(3x) - \sin x)$dx.

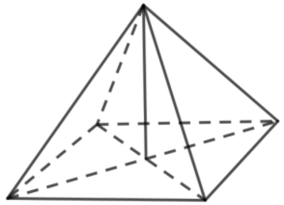
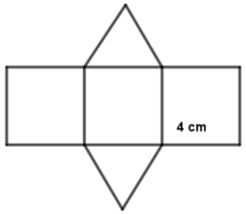
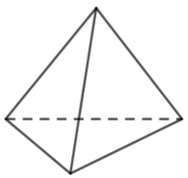
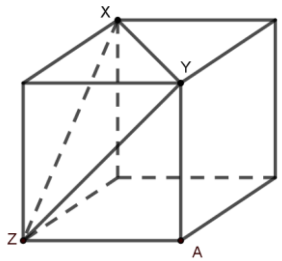
3 lygis. Apskaičiuokite figūros, kurią riboja funkcijos $f(x) = -x^2 + 5x - 4$ grafikas ir abscisių ašis, plotą.

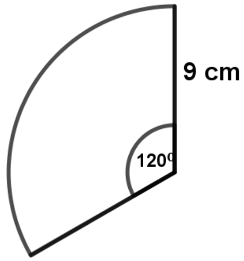
4 lygis. Parašykite nubrėžtų grafikų funkcijų lygtis ir apskaičiuokite gautos figūros plotą.</td></tr>
</table>

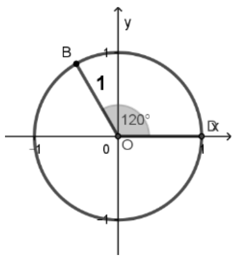
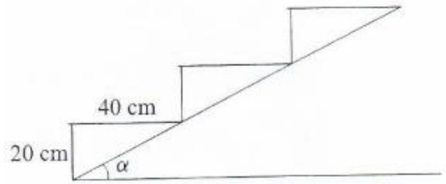
<table>
<tr><td colspan="4">
</td></tr>
<tr><td colspan="4">B. Matematinis komunikavimas
B1. Analizuoja ir interpretuoja įvairiomis formomis (tekstu, paveikslu, schema, formule, lentele, brėžiniu, grafiku, diagrama) pateikto matematinio pranešimo elementų loginius ryšius.
B2. Atpažįsta, apibrėžia ir tinkamai vartoja matematinius faktus – terminus, žymėjimą, objektus, įprastus algoritmus ir operacijas.
B3. Kuria, pristato matematinį pranešimą: atsirenka reikiamą informaciją, naudoja tinkamas fizines ir skaitmenines priemones, tinkamai cituoja šaltinius.</td></tr>
<tr><td>B1.1 Konsultuodamasis paprasčiausiais atvejais, o naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba paprastais atvejais paaiškina, perfrazuoja įvairiomis formomis (tekstu, paveikslu, schema, formule, lentele, brėžiniu, grafiku, diagrama), jų deriniais pateiktus matematinius pranešimus; išskiria žinomą ir ieškomą, perteklinę ar trūkstamą informaciją, nustato ir nurodytu būdu apibūdina loginius pranešimo elementų ryšius.</td><td>B1.2 Savarankiškai paprasčiausiais atvejais, o konsultuodamasis paprastais atvejais analizuoja įvairiomis formomis (tekstu, paveikslu, schema, formule, lentele, brėžiniu, grafiku, diagrama), jų deriniais pateiktus matematinius pranešimus; išskiria žinomą ir ieškomą, perteklinę ar trūkstamą informaciją, nustato ir nurodytu būdu apibūdina loginius pranešimo elementų ryšius.</td><td>B1.3 Savarankiškai paprastais atvejais, o konsultuodamasis nesudėtingais atvejais analizuoja ir interpretuoja įvairiomis formomis (tekstu, paveikslu, schema, formule, lentele, brėžiniu, grafiku, diagrama), jų deriniais pateiktus matematinius pranešimus; išskiria žinomą ir ieškomą, perteklinę ar trūkstamą informaciją, nustato ir pasirinktu būdu apibūdina loginius pranešimo elementų ryšius.</td><td>B1.4 Nesudėtingais atvejais analizuoja ir interpretuoja įvairiomis formomis (tekstu, paveikslu, schema, formule, lentele, brėžiniu, grafiku, diagrama), jų deriniais pateiktus matematinius pranešimus; išskiria žinomą ir ieškomą, perteklinę ar trūkstamą informaciją, nustato ir pasirinktu ar savitu būdu apibūdina loginius pranešimo elementų ryšius.</td></tr>
<tr><td colspan="4">III gimnazijos klasė. Bendrasis kursas. Funkcijos. Aptariama kaip teisingai vartoti su funkcijomis susijusias sąvokas, terminus ir žymenis. <...> Nagrinėjamos funkcijų grafikų transformacijos.<...></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

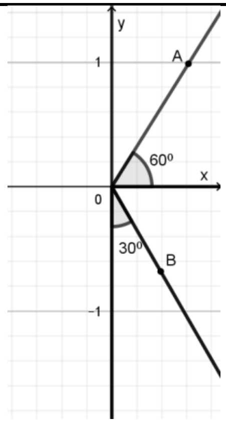
 Remdamiesi paveiksle pavaizduotu funkcijos $y = f(x)$ grafiku nustatykite: 1.Funkcijos apibrėžimo sritį ir reikšmių sritį. 2. Su kuriomis argumento reikšmėmis funkcijos reikšmės didėja ir su kuriomis argumento reikšmėmis funkcijos reikšmės mažėja. 3. Funkcijos nulius. 4. Didžiausią ir mažiausią funkcijos reikšmes, jeigu jos egzistuoja.	 Pabaikite braižyti funkcijos grafiko eskizą žinant, kad paveiksle pavaizduota funkcija $y = f(x)$ yra : 1. Lyginė. 2. Nelyginė.	 Remdamiesi paveiksle pavaizduotu funkcijos $y = f(x)$ grafiku: 1. Nustatykite: a) funkcijos lyginumą ir pagrįskite; b) funkcijos pastovaus ženklo intervalus. 2. Kiek sprendinių turi lygtis $y = 5$.	 Paveiksle pavaizduotos funkcijos $f(x) = a\sqrt{x} + b$ grafikas. 1.Apskaičiuokite a ir b reikšmes. 2. Nustatykite funkcijos apibrėžimo sritį ir funkcijos reikšmių sritį. 3. Nubraižykite funkcijos $f(x) = a\sqrt{x}$ grafiką.
B1.1 Savarankiškai paprasčiausiais atvejais, o konsultuodamasis paprastais atvejais analizuoja ir interpretuoja įvairiomis formomis (tekstu, paveikslu, schema, formule, lentele, brėžiniu, grafiku, diagrama), jų deriniais pateiktus matematinius pranešimus, išskiria žinomą ir ieškomą, perteklinę ar trūkstamą informaciją, nustato ir nurodytu būdu apibūdina loginius pranešimo elementų ryšius.	B1.2 Savarankiškai paprastais atvejais, o konsultuodamasis nesudėtingais atvejais analizuoja ir interpretuoja įvairiomis formomis (tekstu, paveikslu, schema, formule, lentele, brėžiniu, grafiku, diagrama), jų deriniais pateiktus matematinius pranešimus, išskiria žinomą ir ieškomą, perteklinę ar trūkstamą informaciją, nustato ir nurodytu būdu apibūdina loginius pranešimo elementų ryšius.	B1.3 Savarankiškai nesudėtingais atvejais analizuoja ir interpretuoja įvairiomis formomis (tekstu, paveikslu, schema, formule, lentele, brėžiniu, grafiku, diagrama), jų deriniais pateiktus matematinius pranešimus, išskiria žinomą ir ieškomą, perteklinę ar trūkstamą informaciją, nustato ir pasirinktu būdu apibūdina loginius pranešimo elementų ryšius.	B1.4 Analizuoja ir interpretuoja nesudėtingus įvairiomis formomis (tekstu, paveikslu, schema, formule, lentele, brėžiniu, grafiku, diagrama), jų deriniais pateiktus matematinius pranešimus, išskiria žinomą ir ieškomą, perteklinę ar trūkstamą informaciją, nustato ir pasirinktu ar savitu būdu apibūdina loginius pranešimo elementų ryšius.

<table>
<tr><td colspan="4">III gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas. Funkcijos. Mokomasi teisingai vartoti su funkcijomis susijusias sąvokas, terminus ir žymenis. Mokomasi, naudojantis funkcijos grafiku, rasti (apskaičiuoti) funkcijos apibrėžimo ir reikšmių sritis, didėjimo ir mažėjimo intervalus. <...> Nagrinėjamos funkcijų grafikų transformacijos.<...> Apibrėžiamos sąvokos: tolydi funkcija. <...></td></tr>
<tr>
<td>
Kurios funkcijos grafikas pavaizduotas paveiksle:
1. $f(x) = \sqrt{x+5}$;
2. $f(x) = \sqrt{x-5}$;
3. $f(x) = -\sqrt{x+5}$;
4. $f(x) = \sqrt{5-x}$.</td>
<td>Grafiškai nustatykite lygties
$\log_2 x = \dfrac{2}{x-1}$
sprendinių skaičių.</td>
<td>Funkcijos $f(x) = a^{2-x}$ grafikas eina per tašką A (3; $\frac{2}{3}$).
1.Apskaičiuokite a reikšmę.
2.Nustatykite funkcijos $y = f(x)$ didėjimo ir mažėjimo intervalus.</td>
<td>Duota funkcija $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$.
1.Nustatykite funkcijos $y = f(x)$ tolydumo intervalus.
2.Nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką.</td>
</tr>
<tr>
<td>B2.1 Paprasčiausiais atvejais atpažįsta, tinkamai vartoja mokymosi turinyje numatytus matematinius terminus, žymėjimą, objektus, įprastus algoritmus ir operacijas. Pateikdamas paprasčiausios užduoties sprendimą, siekia perteikiamos minties aiškumo.</td>
<td>B2.2 Atpažįsta, apibrėžia, paprastais atvejais ir tinkamai vartoja, taiko mokymosi turinyje išskirtus matematinius faktus - terminus, žymėjimą, objektus, įprastus algoritmus ir operacijas. Pateikdamas paprastos užduoties sprendimą, siekia perteikiamos minties aiškumo, tikslumo.</td>
<td>B2.3 Atpažįsta, apibrėžia, paprastais atvejais tiksliai ir tinkamai vartoja, taiko mokymosi turinyje išskirtus matematinius faktus - terminus, žymėjimą, objektus, įprastus algoritmus ir operacijas. Pateikdamas paprastos užduoties sprendimą matematine kalba, siekia perteikiamos minties aiškumo, tikslumo.</td>
<td>B2.4 Atpažįsta, apibrėžia, nesudėtingais atvejais tiksliai ir tinkamai vartoja, taiko mokymosi turinyje išskirtus matematinius faktus - terminus, žymėjimą, objektus, įprastus algoritmus ir operacijas. Pateikdamas nesudėtingos užduoties sprendimą matematine kalba, siekia perteikiamos minties aiškumo, tikslumo.</td>
</tr>
<tr><td colspan="4">IV gimnazijos klasė. Bendrasis kursas. Erdvės figūros. <...> Mokomasi erdvinius kūnus vaizduoti ir atpažinti. Apibrėžiamos su erdviniais kūnais susijusios sąvokos: šoninis ir visas paviršius; pagrindas; aukštinė, apotema sudaromoji, gretasienio įstrižainė. <...> Mokomasi apskaičiuoti erdvinių kūnų paviršių plotus ir tūrius. <...> Praktikuojamasi vaizduoti sukinių pjūvius (lygiagrečius pagrindui, ašinius) ir apskaičiuoti pjūvių (lygiagrečių pagrindui, ašinių) plotus. <...></td></tr>
</table>

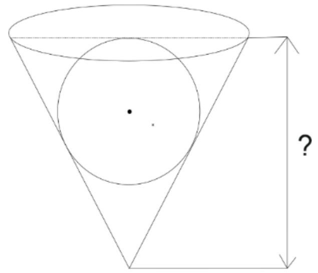
<table>
<tr>
<td>Ritinio aukštinės ilgis lygus 16 dm, o pagrindo skersmuo sudaro ketvirtadalį ritinio aukštinės. Nubraižykite ritinį ir apskaičiuokite jo tūrį.</td>
<td>
Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo kraštinės ilgis 16 cm, o aukštinės ilgis – 20 cm. Apskaičiuokite piramidės viso paviršiaus plotą.</td>
<td>
Erdvinio kūno išklotinė susideda iš trijų kvadratų, kurių kraštinės ilgis lygus 4 cm, ir dviejų lygiakraščių trikampių. Apskaičiuokite kam lygus erdvinio kūno tūris.</td>
<td>Nubraižykite kūgį. Pavaizduokite jo ašinį pjūvį. Kūgio ašinio pjūvio kampo prie viršūnės didumas lygus 120^0, o pagrindo spindulio ilgis 15 cm.
Apskaičiuokite kūgio ašinio pjūvio plotą.</td>
</tr>
<tr>
<td>B2.1 Paprastais atvejais atpažįsta, tinkamai vartoja mokymosi turinyje numatytus matematinius terminus, žymėjimą, objektus, įprastus algoritmus ir operacijas. Pateikdamas paprastos užduoties sprendimą matematine kalba, siekia perteikiamos minties aiškumo.</td>
<td>B2.2 Paprastais atvejais atpažįsta, tinkamai vartoja mokymosi turinyje numatytus matematinius terminus, žymėjimą, objektus, įprastus algoritmus ir operacijas. Pateikdamas nesudėtingos užduoties sprendimą, siekia perteikiamos minties aiškumo, tikslumo.</td>
<td>B2.3 Atpažįsta, apibrėžia, nesudėtingais atvejais tiksliai ir tinkamai vartoja, taiko mokymosi turinyje išskirtus matematinius faktus - terminus, žymėjimą, objektus, algoritmus ir operacijas. Pateikdamas nesudėtingos užduoties sprendimą prioritetą teikia specifinei matematinei kalbai, kreipia dėmesį į detales, siekia perteikiamos minties aiškumo, tikslumo. Konsultuojamas klasifikuoja, grupuoja sąvokas.</td>
<td>B2.4 Apibrėžia tiksliai ir tinkamai vartoja mokymosi turinyje numatytus matematinius terminus, žymėjimą, objektus, įprastus algoritmus ir operacijas. Pateikdamas užduoties sprendimą prioritetą teikia specifinei matematinei kalbai, kreipia dėmesį į detales, siekia perteikiamos minties pilnumo ir glaustumo. Klasifikuoja, grupuoja sąvokas, konstruoja logiškai teisingus teiginius.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="4">IV gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas. Erdvės figūros. <...> Mokomasi erdvinius kūnus vaizduoti ir atpažinti.<...> Mokomasi apskaičiuoti erdvinių kūnų paviršių plotus ir tūrius. <...></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ritinio aukštinės ilgis 12 cm ilgesnis už ritinio spindulio ilgį. Ritinio viso paviršiaus plotas lygus $288\pi\ cm^2$.
1. Nubraižykite ritinį. Pažymėkite ritinio pagrindo spindulio ilgį x cm ir</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

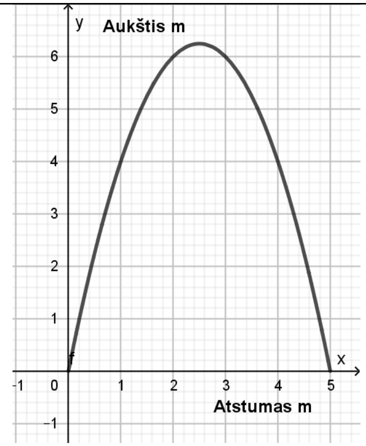
Taisyklingojo tetraedro apotemos ilgis lygus $10\sqrt{3}$. Apskaičiuokite tetraedro paviršiaus plotą.	parodykite, kad ritinio apatinio pagrindo plotas lygus $36\pi\ cm^2$. 2. Apskaičiuokite ritinio aukštinės ilgį 3. Apskaičiuokite ritinio tūrį.	 Kūgio šoninio paviršiaus išklotinė yra skritulio išpjova, kurios spindulio ilgis yra 9 cm, o ją ribojantis lankas lygus 120˚. Apskaičiuokite: 1. Kūgio viso paviršiaus plotą. 2. Kūgio tūrį.	Paveiksle pavaizduotas stačiakampis gretasienis. Trikampio XYZ kraštinių ilgiai: $XZ = \sqrt{55}\,, XY = 8, YZ = 9$. Apskaičiuokite įstrižainės XA ilgį?
B3.1 Padedamas patikimuose šaltiniuose suranda matematinę informaciją, ją analizuoja ir kritiškai vertina, apibendrina, tinkamai cituoja šaltinius savo darbuose. Kuria ir pristato paprasčiausią matematinį pranešimą, naudodamas pasiūlytas ar pasirinktas fizines ar skaitmenines priemones, formas, atsižvelgia į adresatą ir komunikavimo situaciją.	B3.2 Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba patikimuose šaltiniuose suranda matematinę informaciją, ją analizuoja ir kritiškai vertina, apibendrina, tinkamai cituoja šaltinius savo darbuose. Kuria ir pristato paprastą matematinį pranešimą, naudodamas pasiūlytas ar pasirinktas fizines ar skaitmenines priemones, formas, atsižvelgia į adresatą ir komunikavimo situaciją.	B3.3 Konsultuodamasis patikimuose šaltiniuose suranda matematinę informaciją, ją analizuoja ir kritiškai vertina, apibendrina, tinkamai cituoja šaltinius savo darbuose. Kuria ir pristato paprastą matematinį pranešimą, naudodamas pasiūlytas ar pasirinktas fizines ar skaitmenines priemones, formas. atsižvelgia į adresatą ir komunikavimo situaciją.	B3.4 Patikimuose šaltiniuose suranda matematinę informaciją, ją analizuoja ir kritiškai vertina, apibendrina, tinkamai cituoja šaltinius savo darbuose. Kuria ir pristato nesudėtingą matematinį pranešimą, naudodamas pasiūlytas ar pasirinktas fizines ar skaitmenines priemones, formas, atsižvelgia į adresatą ir komunikavimo situaciją.
III gimnazijos klasė. Bendrasis kursas. Sinusas, kosinusas ir tangentas. <...>Naudojantis vienetiniu apskritimu mokomasi rasti ir apskaičiuoti sinuso ir kosinuso reikšmes kampų, kurių dydžiai lygūs $0°$, $\pm 30°$, $\pm 45°$, $\pm 60°$, $\pm 90°$, $\pm 120°$ $<\ldots>$ Įvedami skaičiai, kuriuos rašant naudojamasi trumpiniu arc: arksinusas (arcsin), arkkosinusas (arccos), arktangentas (arctg). <...>			

<table>
<tr>
<td>Užpildykite lentelę
<table><tr><th>α</th><th>$\sin\alpha$</th><th>$\cos\alpha$</th></tr><tr><td>30^0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>45^0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>60^0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>120^0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>135^0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>150^0</td><td></td><td></td></tr></table>Naudodami simbolius > arba <, padarykite išvadą
1.Jei kampas α smailusis, tai sin α… 0,
Jei kampas α bukasis, tai sin α… 0.
2.Jei kampas α smailusis, tai cos α… 0,
Jei kampas α bukasis, tai cos α… 0.</td>
<td>Nustatykite taško B koordinates.
</td>
<td>A = arcsin $\frac{1}{2}$; B = arccos (- $\frac{\sqrt{3}}{2}$) ;
C = arctg $\sqrt{3}$.
Užrašykite skaičius A, B ir C didėjimo tvarka.</td>
<td>Metro eskalatoriuje yra 170 laiptelių. Laiptelio plotis 40 cm, aukštis 20 cm.
1.Apskaičiuokite eskalatoriaus posvyrio kampo α didumą?
2. Kokiame gylyje yra metro stotis?</td>
</tr>
<tr>
<td>B3.1 Padedamas patikimuose šaltiniuose suranda matematinę informaciją, ją analizuoja ir kritiškai vertina, apibendrina, tinkamai cituoja šaltinius savo darbuose. Kuria ir pristato paprasčiausią matematinį pranešimą, naudodamas pasiūlytas ar pasirinktas fizines ar skaitmenines priemones, formas, atsižvelgia į adresatą ir komunikavimo situaciją.</td>
<td>B3.2 Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba patikimuose šaltiniuose suranda matematinę informaciją, ją analizuoja ir kritiškai vertina, apibendrina, tinkamai cituoja šaltinius savo darbuose. Kuria ir pristato paprastą matematinį pranešimą, naudodamas pasiūlytas ar pasirinktas fizines ar skaitmenines priemones, formas, atsižvelgia į adresatą ir komunikavimo situaciją.</td>
<td>B3.2 Konsultuodamasis patikimuose šaltiniuose suranda matematinę informaciją, ją analizuoja ir kritiškai vertina, apibendrina ir interpretuoja, tinkamai cituoja šaltinius savo darbuose. Kuria ir pristato nesudėtingą matematinį pranešimą, naudodamas pasirinktas fizines ar skaitmenines priemones, formas, atsižvelgia į adresatą ir komunikavimo situaciją.</td>
<td>B3.4 Patikimuose šaltiniuose suranda matematinę informaciją, ją analizuoja ir kritiškai vertina, apibendrina ir interpretuoja, tinkamai cituoja šaltinius savo darbuose. Kuria ir pristato matematinį pranešimą, naudodamas pasirinktas fizines ar skaitmenines priemones, formas, atsižvelgia į adresatą ir komunikavimo situaciją.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="4">III- IV gimnazijos klasės. Išplėstinis kursas. Trigonometrija. <...> Mokomasi laipsnių skaičių keisti radianų skaičiumi ir atvirkščiai – radianų skaičių keisti laipsnių skaičiumi.<...> Naudojantis vienetiniu apskritimu (nesinaudojant lygčių $\sin x = a, \cos x = a, a \in [-1; 1]$, sprendinių formulėmis) mokomasi rasti dydžius kampų, kurių sinusai ir kosinusai lygūs $0, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{2}}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}, \pm 1$. <...> Praktikuojamasi grafiškai spręsti lygtis ir nelygybes $a \cdot f(kx+b) + c \gtreqless 0$ $(a, k, b, c \in \mathbf{R},\ a, k \neq 0; f(x) = \sin x, \cos x, \operatorname{tg} x)$. <...></td>
</tr>
</table>

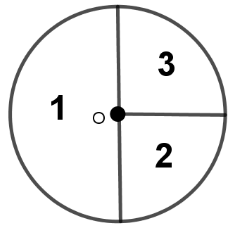
Išreikškite radianais ir laipsniais kampą, gretutinį kampui α, kai $\alpha = \frac{5\pi}{6}$.	 Remdamiesi paveikslo, kurio OA = 6, OB = 4, duomenimis: 1.Nustatykite taško A koordinates. 2. Nustatykite taško B koordinates.	Duota funkcija $f(x) = -3\sin(x) + 1$ 1.Nustatykite funkcijos $y = f(x)$ reikšmių sritį. 2.Kiek sveikųjų skaičių priklauso funkcijos $y = f(x)$ reikšmių sričiai.	Duota funkcijos $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ ir $g(x) = x^2 - 1$ 1.Nubrėžkite funkcijų $y = f(x)$ ir $y = g(x)$ grafikus. 2.Nustatykite, kiek sprendinių turi lygtis $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = x^2 - 1$ intervale $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.
C. Problemų sprendimas C1. Analizuoja įvairias problemines situacijas, pasiūlo matematinį modelį problemai išspręsti. C2. Pasiūlo ir vertina alternatyvias matematinės užduoties sprendimo strategijas, sudaro užduoties sprendimo planą ir jį įgyvendina. C3. Įvertina matematinės veiklos rezultatus, daro pagrįstas išvadas, jas interpretuoja.			
C3.1 Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba įsitikina, patikrina ar rastas teisingas, prasmingas atsakymas į iškeltą paprastą klausimą. Daro pagrįstas išvadas.	C3.2 Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba įvertina paprastos užduoties sprendimui taikytų būdų, metodų, priemonių tinkamumą. Konsultuodamasis įsitikina, patikrina ar rado teisingą, prasmingą atsakymą į iškeltą klausimą.	C3.3 Konsultuodamasis įvertina paprastos probleminės užduoties sprendimui taikytų būdų, metodų, priemonių tinkamumą, įsitikina ar rado teisingą, prasmingą atsakymą į iškeltą klausimą. Konsultuojamas gautus rezultatus interpretuoja platesniame nei buvo probleminė užduotis kontekste.	C3.4 Įvertina nesudėtingos probleminės užduoties sprendimui taikytų būdų, metodų, priemonių tinkamumą, įsitikina ar rado teisingą, prasmingą atsakymą į iškeltą klausimą. Gautus rezultatus interpretuoja platesniame nei buvo probleminė užduotis kontekste.
III gimnazijos klasė. Bendrasis kursas. Tekstiniai uždaviniai. <…> Mokomasi, sprendžiant tekstinius uždavinius, sudaryti lygtį, ją išspręsti ir atrinkti uždavinio sąlygą atitinkantį atsakymą. **<...>** Sprendžiami uždaviniai, kuriuose rodiklinė funkcija modeliuojama gamtoje $f(n) = k \cdot a^n$, ekonomikoje $S(n) = S_0 \cdot \left(1 \pm \frac{P}{100}\right)^n$.<…>			
2020 metais įmonė įsigijo ofiso baldų komplektų už 10000 eurų. Šie baldai kasmet netenka 500 eurų savo vertės.	Dovanų maišelis kainuoja 6,70 euro. Jame yra dviejų rūšių saldainių: vienų kilogramas kainuoja 15 eurų, o kitų –	Jei žemės sklypas kasmet brangsta po 8 proc., apytiksliai po kiek metų sklypo kaina padvigubės?	Į sandėlį atvežė 1200 kg. apelsinų. Kiekvieną dieną juos perrenkant, atsirasdavo 24 kg (2 % nuo atvežto

Kokia yra šių baldų vertė 2022 metais?	13 eurų. Visas maišelis sveria 5 kartus daugiau negu saldainiai, kurių kaina 15 eurų už kilogramą. Po kiek gramų kiekvienos rūšies saldainių yra maišelyje?		kiekio) netinkamų naudoti. Kiek kilogramų tinkamų naudoti apelsinų sandėlyje bus po 5 dienų.
C1.1 Padedamas nagrinėja nerutininių problemų sprendimo pavyzdžius, kurių sprendimas reikalauja tarpusavyje susietų, kompleksinių žinių. Pasiūlo matematinį modelį paprastoms analogiškoms temos rėmuose nagrinėtoms problemoms.	C1.2 Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba analizuoja nerutinines problemas, kurių sprendimas reikalauja tarpusavyje susietų, kompleksinių žinių, matematinių idėjų taikymo, suformuluoja matematinį modelį paprastai pažįstamo konteksto problemai spręsti.	C1.3 Konsultuodamasis analizuoja nerutinines problemas, kurių sprendimas reikalauja abstrakčių ir kompleksinių žinių, matematinių idėjų taikymo, pasiūlo matematinį modelį nesudėtingai pažįstamo integralaus konteksto problemai spręsti.	C1.4 Analizuoja nerutinines problemas, kurių sprendimas reikalauja abstrakčių ir kompleksinių žinių, matematinių idėjų taikymo, pasiūlo matematinį modelį nesudėtingai naujai problemai spręsti.
III gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas. Tekstiniai uždaviniai. <…> Sprendžiami su procentais ir dydžių santykiais susiję uždaviniai: džiovinimo-drėkinimo, sudėtinių procentų, lydinių-mišinių-tirpalų <…>. Nagrinėjami ir sprendžiami tekstiniai uždaviniai. <…>			
Antikvariniame knygyne knygų rinkinys įkainuotas 350 eurų. Po to jo kainą teko du kartus sumažinti tuo pačiu procentų skaičiumi. Koks tai skaičius, jei po antrojo sumažinimo knygų rinkinys kainavo 283 eurus 50 centų?	2017 metais įmonė įsigijo kavos aparatą už 3500 eurų. Kasmet šis aparatas netenka 7 proc. savo pradinės vertės. Kuriais metais 2031 ar 2041 metais šio kavos aparato vertė bus 0 eurų?	4 kg skiedinio, turinčio 35 % vandens, sumaišyti su 6 kg skiedinio, kuriame yra 30% vandens. Kiek procentų vandens yra gautame mišinyje**?**	Dviratininkas suplanavo nuvykti iš A į B važiuodamas tam tikru greičiu. Jeigu jis važiuotų 5km/h didesniu greičiu nei suplanuotasis, tai B pasiektų 5 valandomis anksčiau, o jeigu važiuotų 10 km/h greičiu, tai B pasiektų 8 valandomis anksčiau. Koks jo suplanuotasis greitis (km/h)?
C2.1 Padedamas apsvarsto pasiūlytas alternatyvias paprastos užduoties sprendimo strategijas, taiko skirtingų mokymosi turinyje nagrinėtų sričių/temų faktus ir procedūras, kol įgyvendina pasirinktą strategiją.	C2.2 Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba pasiūlo, apsvarsto, vertina alternatyvias paprastos užduoties sprendimo strategijas, taiko ir derina skirtingų mokymosi turinyje nagrinėtų sričių/temų faktus ir procedūras, kol sudaro užduoties sprendimo planą ir jį įgyvendina.	C2.3 Konsultuodamasis pasiūlo, apsvarsto, vertina alternatyvias paprastos užduoties sprendimo strategijas, taiko ir derina skirtingų mokymosi turinyje nagrinėtų sričių/temų faktus ir procedūras, kol sudaro užduoties sprendimo planą ir jį įgyvendina.	C2.4 Pasiūlo, apsvarsto, vertina alternatyvias paprastos užduoties sprendimo strategijas, taiko ir derina įvairių sričių/temų faktus ir procedūras, kol sudaro užduoties sprendimo planą ir jį įgyvendina.
III-IV gimnazijos klasės. Bendrasis kursas. <…> Sprendžiami įvairaus konteksto išvestinių taikymo uždaviniai <…> Apibrėžiamos su erdviniais kūnais susijusios sąvokos: < …> pagrindas, aukštinė, apotema, sudaromoji. <…> Analizuojama problemos, kurių sprendimas reikalauja tarpusavyje susietų, kompleksinių žinių, matematinių idėjų taikymo.<…>			

<table>
<tr>
<td>Materialusis taškas juda pagal dėsnį S (t) = $t^3 + 3t$ (laiką matuojame sekundėmis, kelią – metrais). Apskaičiuokite taško greitį laiko momentu t = 0,5 s.</td>
<td>

Stiklinis rutuliukas, kurio spindulio ilgis yra 15 cm, įriedėjo į kūgio formos ertmę. Rutuliuko viršutinis taškas yra viename aukštyje su ertmės kraštu. Žiūrint iš šono, ertmės vaizdas yra lygiakraštis trikampis. Koks yra ertmės gylis?</td>
<td>Sekos bendrasis narys $a_n = n^2 + 1$ $(n = 1, 2, \dots, 10)$. Apskaičiuokite tikimybę, kad atsitiktinai paimtas sekos narys yra skaičiaus 5 kartotinis.</td>
<td>

Į baseiną įeinama tuneliu, kurį galima aprašyti funkcija $h(x) = d(5 - d)$; čia h – tunelio aukštis (metrais), d– atstumas (metrais) nuo kairiojo tunelio krašto. Paveiksle pateiktas tunelio aukščio grafikas.
1.Koks yra tunelio grindų plotis?
2.Koks yra maksimalus tunelio aukštis? Parodykite, kaip gavote atsakymą?</td>
</tr>
<tr>
<td>C2.1 Padedamas apsvarsto pasiūlytas alternatyvias paprastos užduoties sprendimo strategijas, taiko ir derina kelių sričių/temų faktus ir procedūras, kol įgyvendina pasirinktą strategiją.</td>
<td>C2.2 Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba apsvarsto, vertina alternatyvias paprastos užduoties sprendimo strategijas, taiko ir derina kelių sričių/temų faktus, procedūras, mąstymo būdus, kol įgyvendina pasirinktą strategiją.</td>
<td>C2.3 Konsultuodamasis pasiūlo, apsvarsto, vertina alternatyvias nesudėtingos užduoties sprendimo strategijas, taiko ir derina kelių sričių/temų faktus, procedūras, mąstymo būdus, kol sudaro užduoties sprendimo planą ir jį įgyvendina.</td>
<td>C2.4 Pasiūlo, apsvarsto, vertina alternatyvias nesudėtingos užduoties sprendimo strategijas, taiko ir derina įvairių sričių/temų faktus, procedūras, mąstymo būdus, kol sudaro užduoties sprendimo planą ir jį įgyvendina.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="4">IV gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas. Tikimybės. <…> Sprendžiant kombinatorikos uždavinius (nustatant rinkinių skaičių), mokomasi naudotis galimybių medžiais, galimybių lentelėmis ar kitaip surašyti reikiamus rinkinius.<…> mokomasi apskaičiuoti: bandymo baigties ar įvykio tikimybę <…> Mokomasi sudaryti atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę, apskaičiuoti jo matematinę viltį (atsitiktinio dydžio vidurkį).<…></td>
</tr>
</table>

Iš skaitmenų 1, 5 ir 8 sudaromi visi įmanomi keturženkliai skaičiai. 1. Keli iš jų yra nelyginiai. 2. Apskaičiuokite tikimybę, kad keturženklis nelyginis skaičius dalijasi iš 5.	Iš aibės $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ atsitiktinai vienas skaičius užrašomas funkcijos $f(x) = 2x^3 + bx^2 - 8x$ koeficiento b vietoje. Apskaičiuokite tikimybę, kad sudaryta funkcija yra nelyginė.	Taikinys pritvirtintas prie ašies O. Įsukus taikinį, kad šaulys nematytų sektoriaus žyminčių skaitmenų, leidžiama šauti. Pataikęs į sektorių, šaulys išlošia 4 eurus, į 2 sektorių – 5 eurus ir į 3 sektorių – 6 eurus. Ar verta dalyvauti lošime, jeigu už vieną šūvį reikia mokėti 5 eurus?  	Du abiturientai laikė po penkis valstybinius brandos egzaminus ir gavo tokius įverčius: pirmasis – 65,68,97,92,73; antrasis – 58,99,72,98,68. Laikydami, kad visų dalykų įverčiai vienodai svarbūs, pasakykite, kurio abituriento rezultatai geresni?
C3.1 Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba įsitikina, patikrina ar rastas teisingas, prasmingas atsakymas į iškeltą paprastą klausimą. Daro pagrįstas išvadas.	C3.2 Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba įvertina paprastos užduoties sprendimui taikytų būdų, metodų, priemonių tinkamumą. Konsultuodamasis įsitikina, patikrina ar rado teisingą, prasmingą atsakymą į iškeltą klausimą.	C3.3 Konsultuodamasis įvertina paprastos probleminės užduoties sprendimui taikytų būdų, metodų, priemonių tinkamumą, įsitikina ar rado teisingą, prasmingą atsakymą į iškeltą klausimą. Konsultuojamas gautus rezultatus interpretuoja platesniame nei buvo probleminė užduotis kontekste.	C3.4 Įvertina nesudėtingos probleminės užduoties sprendimui taikytų būdų, metodų, priemonių tinkamumą, įsitikina ar rado teisingą, prasmingą atsakymą į iškeltą klausimą. Gautus rezultatus interpretuoja platesniame nei buvo probleminė užduotis kontekste.
III gimnazijos klasė. Bendrasis kursas. Logaritminės nelygybės. Mokomasi spręsti logaritmines nelygybes pavidalo $\log_a x \gtreqless b$, $\log_a f(x) \gtreqless \log_a g(x)$; *f*(*x*) ir *g*(*x*) – ne aukštesnio negu pirmojo laipsnio dvinariai. Sprendžiant nelygybes aptariama kaip užrašyti nelygybės apibrėžimo sritį bei gautus nelygybės sprendinius suderinti su apibrėžimo srities sprendiniais. <...>			
Nurodykite nelygybės $\log_3 x < \log_3 10$ sprendinių intervalą.	Išspręskite nelygybę $\log_3 x \le 2.$	Išspręskite nelygybę $\log_2 x - 1 \le 0.$ Ar skaičius $a = \log_{\sqrt{2}} 2$ yra nelygybės sprendinys.	Duota nelygybė $\log_{0,1} 4 + \log_{0,1} 3 < \log_{0,1}(3x + 6)$ Išspręskite nelygybę ir surašykite nelygybės sveikuosius sprendinius
C3.1 Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba įsitikina, patikrina ar rastas teisingas, prasmingas	C3.2 Naudodamasis netiesiogiai teikiama pagalba įvertina paprastos užduoties sprendimui taikytų būdų, metodų, priemonių tinkamumą.	C3.3 Konsultuodamasis įvertina nesudėtingos užduoties sprendimui taikytų būdų, metodų, priemonių tinkamumą. Įsitikina, patikrina ar	C3.4 Įvertina užduoties sprendimui taikytų būdų, metodų, priemonių tinkamumą. Įsitikina, patikrina ar rado teisingą, prasmingą atsakymą į iškeltą

atsakymas į iškeltą paprastą klausimą. Daro pagrįstas išvadas.	Įsitikina, patikrina ar rado teisingą, prasmingą atsakymą į iškeltą klausimą.	rado teisingą, prasmingą atsakymą į iškeltą klausimą. Konsultuodamasis gautus rezultatus interpretuoja platesniame nei buvo probleminė užduotis kontekste.	klausimą. Gautus rezultatus interpretuoja platesniame nei buvo probleminė užduotis kontekste, pasiūlo, ką dar galima būtų išsiaiškinti, ištirti.
III gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas. Vektoriai stačiakampėje koordinačių plokštumoje.<…> Mokomasi nusakyti vektorių, nurodant jo pradžios ir pabaigos koordinates.<…> Analizuojamos dviejų vektorių <…> statmenumo sąlygos bei sprendžiami su šiais faktais susiję uždaviniai.<…>	**IV gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas. Trigonometrija.** <…> Naudojantis trigonometrinėmis formulėmis mokomasi tapačiai pertvarkyti trigonometrinius reiškinius. <…> Pateikiamos ir aptariamos lygčių <…> sprendinių formulės ir mokomasi jomis naudotis algebriškai sprendžiant lygtis.	**III gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas. Progresijos.** <…> Apibrėžiama:<…> skaičių sekos ar progresijos *n*-tojo nario formulė.	**III gimnazijos klasė. Išplėstinis kursas.** **Trigonometrija.** <…> Naudojantis trigonometrinėmis formulėmis mokomasi tapačiai pertvarkyti trigonometrinius reiškinius.
Koordinačių plokštumoje duoti trys taškai A (3;6), B (6;12) ir C (13;1). 1.Užrašykite vektorių $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{AC}$ koordinates. 2.Ar trikampis ABC yra statusis? (Atsakymą pagrįskite).	Duota funkcija $y = f(x) = \left(\frac{1+\cos^2 x}{\sin x} - \sin x\right) \cdot \mathrm{tg} x$ 1.Suprastinkite funkcijos išraišką ir įrodykite, kad $\left(\frac{1+\cos^2 x}{\sin x} - \sin x\right) \cdot \mathrm{tg} x = 2\cos x.$ 2.Išspręskite lygtį $y = 1 + \cos x$. 3.Raskite lygties $y = 1 + \cos x$ sprendinius, priklausančius intervalui $180^0 \leq x \leq 540^0$.	Duota skaičių seka 3; 5; 9; 15; … 1.Parodykite, kad skaičių sekos *n*-tasis narys $a_n = n^2 - n + 3$ 2.Apskaičiuokite šios sekos dešimtąjį narį.	Remdamiesi paveikslo duomenimis, įrodykite, kad $\cos(\alpha+\beta) = -\frac{13}{85}$