



MATEMATIKA

Brandos egzamino užduoties pavyzdys

Bendrasis kursas

2023 m. rugpjūčio mėn.

Egzamino trukmė – 3 val. (180 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, jo priedą ir atsakymų lapą, patikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
3. Per egzaminą galite rašyti juodai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
4. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik juodai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis.
5. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
6. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
7. **I dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
8. **II dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **II dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
9. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.

Linkime sėkmės!

I dalis

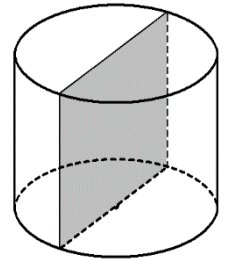
Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

1. Išspręskite lygtį $2\sqrt{x-1} = 6$.

Juodraštis

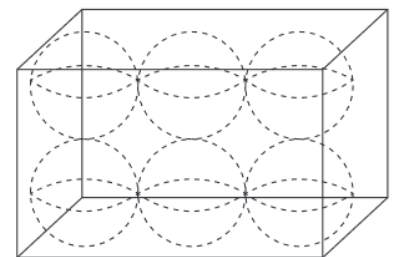
2. Paveiksle pavaizduoto ritinio ašinis pjūvis yra kvadratas. Ritinio pagrindo spindulys lygus 1,2. Apskaičiuokite pjūvio plotą.

Juodraštis



3. Įmonė gamina rutulio formos eglutės dekoracijas. Dekoracijos supakuojamos į stačiakampio gretasienio formos uždaras dėžutes. Į dėžutę galima įdėti lygiai 6 rutulius, kad jie liestųsi vienas su kitu ir su visomis dėžutės sienomis (žr. pav.). Dėžutės matmenys yra $18 \times 6 \times 12$. Apskaičiuokite vieno rutulio tūrį.

Juodraštis



4. Skaičių $\sqrt[4]{7^7}$ parašykite $a \cdot \sqrt[4]{b}$ pavidalu; čia $a, b \in \mathbb{N}$ ir $a > 1$.

Juodraštis

5. Kiek iš viso skirtingų triženklių natūraliųjų skaičių, kurie dalijasi iš 5, galima sudaryti iš skaitmenų 0, 1, 3, 5, 7, 9, jeigu skaitmenys skaičiuje gali kartotis?

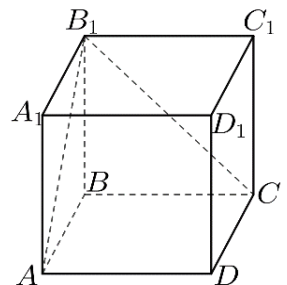
Juodraštis

6. Kam lygu pusė 8^4 skaičiaus? Atsakymą pateikite laipsniu a^n ; čia $n \in \mathbb{N}$.

Juodraštis

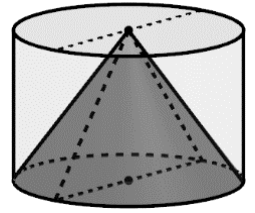
7. Duotas kubas $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Nustatykite kampo AB_1C didumą.

Juodraštis



8. Į ritinį įbrėžtas kūgis taip, kad abiejų figūrų pagrindai sutampa, o kūgio viršūnė yra ritinio viršutinio pagrindo centre. Kūgio tūris lygus 30. Apskaičiuokite ritinio tūrį.

Juodraštis



9. Mokyklos paskutinio skambučio šventėje mokytoja keturis pirmokus rikiuoja į vieną eilę. Apskaičiuokite tikimybę, kad, atsitiktiniai išrikiavus keturis pirmokus į eilę, du iš jų – Justas ir Odeta – stovės greta.

Juodraštis

10. Studentas laiko du egzaminus: matematikos ir fizikos. Tikimybė, kad jis išlaikys matematikos egzaminą, lygi 0,8, o kad išlaikys fizikos egzaminą lygi 0,7. Apskaičiuokite tikimybę, kad studentas išlaikys bent vieną egzaminą.

Juodraštis

Juodraštis

II dalis

Išspręskite 11–18 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

11. Duota funkcija $f(x) = (x+3)^2 \cdot (x-2)$.

11.1. Nustatykite taškų, kuriuose funkcijos $y = f(x)$ grafikas kerta koordinatinių ašį Ox , koordinates.

(3 taškai)

Juodraštis

11.2. Parodykite, kad $f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x - 18$.

(3 taškai)

Juodraštis

11.3. Raskite $f'(x)$.

(1 taškas)

Juodraštis

11.4. Ar teisingas teiginys, kad funkcija $y = f(x)$ yra didėjančioji intervale, kai $x \in (-\infty; -3)$, ir yra didėjančioji intervale, kai $x \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$? Atsakymą pagrįskite.

(4 taškai)

Juodraštis

12. Išspręskite lygtį $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$ ir nustatykite jos sprendinių skaičių, kai $x \in (-360^\circ; 360^\circ)$.

(4 taškai)

Juodraštis

13. Atliekamas bandymas – metama simetriška moneta, kurios vienoje pusėje yra skaičius (S), o kitoje – herbas (H), ir standartinis šešiasienis lošimo kauliukas.



13.1. Užrašykite visas galimas šio bandymo, kai metama moneta ir kauliukas, baigtis.

(2 taškai)

Juodraštis

13.2. Įvykis A – „monetą ir kauliuką metus kartu vieną kartą, moneta atvirs herbu, o kauliuko atvirtusių akučių skaičius bus pirminis skaičius“. Parodykite, kad įvykio A tikimybė lygi $\frac{1}{4}$.

(2 taškai)

Juodraštis

13.3. Įvykis B – „monetą ir kauliuką metus du kartus, abu kartus moneta atvirs herbu ir abu kartus kauliuko atvirtusių akučių skaičius bus pirminis skaičius“. Apskaičiuokite įvykio B tikimybę.

(2 taškai)

Juodraštis

14. Išimtas iš orkaitės duonos kepalas per 7 valandas atvėsta iki kambario temperatūros. Duonos kepalo temperatūros T (°C) priklausomybę nuo laiko t (valandomis) galima apskaičiuoti pagal formulę

$$T(t) = 20 + 160 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t, \text{ kai } t \in [0; 7].$$

14.1. Apskaičiuokite ką tik išimto iš orkaitės iškeptos duonos kepalo temperatūrą (t. y. pradinę neatvėsusio duonos kepalo temperatūrą).

(2 taškai)

Juodraštis

14.2. Apskaičiuokite, po kelių valandų nuo išėmimo iš orkaitės duonos kepalas bus atvėsęs iki 25 °C.

(3 taškai)

Juodraštis

15. Duoti skaitiniai reiškiniai $\sqrt[6]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$ ir $2\log_3 4 - \log_3 8 + 1$.

15.1. Nustatykite b reikšmę, su kuria $\sqrt[6]{5} \cdot \sqrt[3]{5} = 5^b$.

(2 taškai)

Juodraštis

15.2. Nustatykite a reikšmę, su kuria $2\log_3 4 - \log_3 8 + 1 = \log_3 a$.

(3 taškai)

Juodraštis

15.3. Naudodamiesi gautomis b ir a reikšmėmis, nustatykite, kurio iš skaitinių reiškinų reikšmė yra didesnė: 5^b ar $\log_3 a$. Pagrįskite atsakymą, nesinaudodami skaičiuotuvu.

(2 taškai)

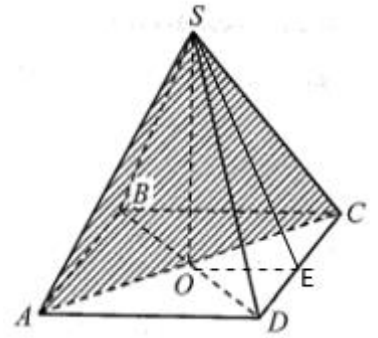
Juodraštis

16. Taisyklingosios keturkampės piramidės $SABCD$ šoninės briaunos SA ilgis lygus $2\sqrt{6}$, o pagrindo $ABCD$ kraštinės AB ilgis lygus 6.

16.1. Raskite duotosios piramidės įstrižinio pjūvio ASC plotą.

Juodraštis

(3 taškai)



16.2. Raskite kampo, kurį sudaro duotosios piramidės šoninė briauna su pagrindo plokštuma, didumą.

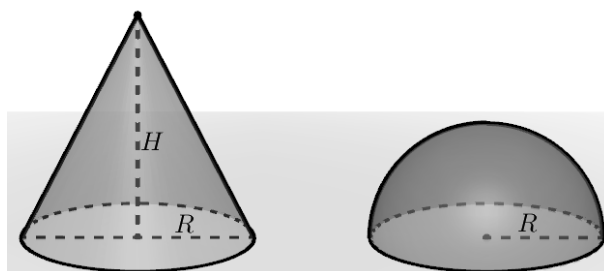
Juodraštis

(3 taškai)

17. Kūgio pagrindo spindulys lygus pusrutulio spinduliui.

Nustatykite, kiek kartų kūgio aukštinė H turi būti ilgesnė už pusrutulio spindulį R , kad abiejų kūnų tūriai būtų lygūs.

(2 taškai)



Juodraštis

18. Dviejų irkluotojų greičiai, plaukiant stovinčiame vandenyje, yra lygūs. Irkluotojai pastoviais greičiais plaukia taip:

pirmasis irkluotojas **ežere** iš bazės A nuplaukia 5 km pirmyn ir grįžta atgal tuo pačiu keliu į bazę A; antrasis irkluotojas iš bazės B, esančios **upėje**, kurios srovės greitis 3 km/h, nuplaukia 5 km upe prieš srovę ir grįžta atgal į bazę B pasroviui.

Pažymėkime irkluotojų greitį stovinčiame vandenyje v km/h.

18.1. Parodykite, kad pirmasis irkluotojas plaukdamas užtrunka $\frac{10}{v}$ valandų.

(1 taškas)

Juodraštis

18.2. Parodykite, kad antrasis irkluotojas plaukdamas užtrunka $\frac{10v}{v^2-9}$ valandų.

(3 taškai)

Juodraštis

18.3. Įrodykite, kad su kiekviena v reikšme ($v > 3$) pirmasis irkluotojas plaukdamas užtrunka mažiau laiko negu antrasis.

(5 taškai)

Juodraštis

Juodraštis

