



MATEMATIKA

Išplėstinis kursas

Valstybinio brandos egzamino
antra dalis

Trukmė – 4 val. (240 min.)

I DALIS (10 taškų)

Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**.

1. Visi skaičiaus 36 dalikliai sudaro aibę D , o pirmieji trys skaičiaus 6 kartotiniai – aibę K .
Apskaičiuokite visų aibės $A = D \setminus K$ narių sumą.

Juodraštis

2. Apskaičiuokite reiškinio $\frac{\sqrt{1-2x+x^2}}{2|1-x|}$ reikšmę, kai $x = -2$.

Juodraštis

3. Raskite funkcijos $y = f(x) = (2x - 1)(1 - x)$ išvestinę.

Juodraštis

4. Išspręskite lygtį $(x^2 - 16)\sqrt{2 - x} = 0$.

Juodraštis

5. Nustatykite, su kuria m reikšme funkcija $y = f(x) = \begin{cases} 6x - 5, & \text{kai } x \leq 3, \\ m, & \text{kai } x > 3 \end{cases}$ yra tolydi visoje realiųjų skaičių aibėje.

Juodraštis

6. Žinoma, kad $\log_7(x) = 2$ ir $\log_7(y) = 3$. Kam lygu $\log_7\left(\frac{x^2}{y}\right)$?

Juodraštis

7. Apskaičiuokite $\cos\left(-\arctg(\operatorname{tg}(2))\right)$.

Juodraštis

8. Žinoma, kad $7^n - 5^n = K$ ir $7^n + 5^n = L$. Kam lygu $7^{2n} - 5^{2n}$?

Juodraštis

9. Rutulys yra įbrėžtas į kubą. Apskaičiuokite kubo ir rutulio tūrių santykį $\frac{V_{\text{kubo}}}{V_{\text{rutulio}}}$.

Juodraštis

10. Apskaičiuokite $\cos(0^\circ) + \cos(2^\circ) + \cos(4^\circ) + \dots + \cos(356^\circ) + \cos(358^\circ) + \cos(360^\circ)$.

Juodraštis

II DALIS (50 taškų)

Išspręskite 11–20 uždavinius.

11. Išspręskite nelygybes:

11.1. $\frac{x^2-7x-8}{x-6} \geq 0;$

Juodraštis

(2 taškai)

11.2. $|1 - x| > 2;$

Juodraštis

(2 taškai)

11.3. $\cos(x) \leq -\frac{1}{2}.$

Juodraštis

(2 taškai)

12. Klasėje yra 10 mokinių, kurių kiekvienas turi po standartinį žaidimo kauliuką. Jonas pirmasis rideno savo kauliuką ir jo kauliukas atvirto keturiomis akutėmis į viršų. Tuomet visi likę mokiniai po vieną kartą rideno savo žaidimo kauliukus.

12.1. Kam lygi tikimybė, kad visų likusių mokinių ridenti kauliukai atvirto lyginiu akučių skaičiumi?

Juodraštis

(2 taškai)

12.2. Kam lygi tikimybė, kad tik Jono ir Petro kauliukai atvirto keturiomis akutėmis į viršų? Atsakymą užrašykite laipsnių dalmeniu.

Juodraštis

(2 taškai)

12.3. Agnė savo kauliuką rideno 100 kartų ir apskaičiavo visų šimto metimų atvirtusių akučių sumą. Nustatykite, kokia suma buvo labiausiai tikėtina. Atsakymą pagrįskite.

Juodraštis

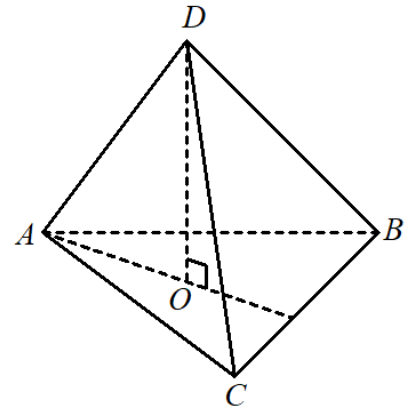
(3 taškai)

13. Paveiksle pavaizduota taisyklingoji trikampė piramidė – tetraedras $ABCD$. Atkarpa DO – tetraedro aukštinė. Tetraedro briaunos ilgis lygus 4 cm.

13.1. Apskaičiuokite atstumą nuo taško D iki trikampio ABC plokštumos.

Juodraštis

(4 taškai)



13.2. Nustatykite kampo tarp tetraedro aukštinės DO ir briaunos AB didumą.

Juodraštis

(2 taškai)

14. Miestelyje gyvena vienas tūkstantis žmonių. Šimtas miestelio gyventojų susirgo liga X . Miestelio matematikas apskaičiavo, kad per t dienų nuo šios ligos pasveikusių gyventojų skaičių $P(t)$ galima apskaičiuoti pagal formulę $P(t) = \frac{1000}{1 + 999 \cdot 10^{-0,17t}}$.

14.1. Naudodamiesi formule apskaičiuokite, kiek sergančiųjų liga X pasveiks per 5 dienas. Atsakymą pateikite vienetų tikslumu.

Juodraštis

(2 taškai)

14.2. Kelintą dieną pasveiks šimtas miestelio gyventojas, susirgęs liga X ?

Juodraštis

(3 taškai)

15. Kiek yra sudėtinių skaičių, kurie gaunami sudauginus bet kuriuos du skaičiaus 2310 pirminius daliklius?

Juodraštis

(2 taškai)

16. Kampo x sinusas lygus $\sin(x) = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$ ($0 < b < a$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$). Kam lygus kampo x tangentas?

Juodraštis

(3 taškai)

17. Paveiksle pavaizduotas funkcijos

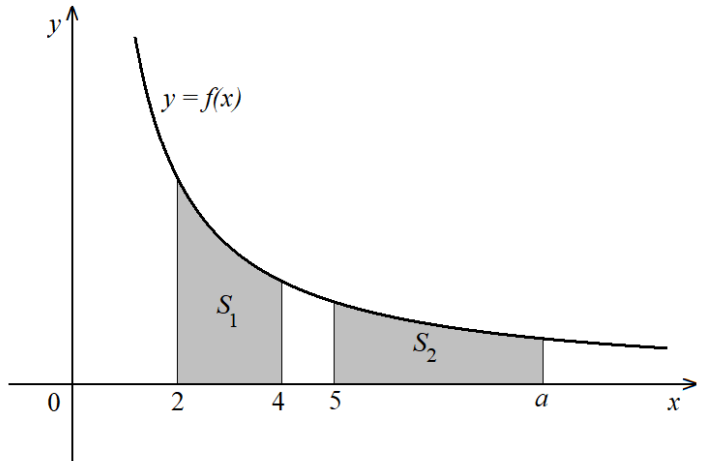
$$y = f(x) = \frac{1}{x} \text{ grafiko eskizas } (x > 0).$$

Žinoma, kad abiejų nuspalvintų figūrų plotai S_1 ir S_2 yra lygūs.

17.1. Naudodamiesi paveikslo duomenimis, apskaičiuokite ploto S_1 reikšmę.

Juodraštis

(3 taškai)



17.2. Naudodamiesi paveikslo duomenimis, apskaičiuokite a reikšmę.

Juodraštis

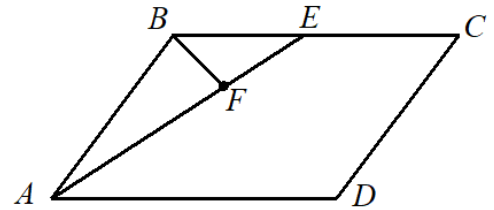
(4 taškai)

18. Žinoma, kad aritmetinės progresijos pirmųjų m narių sumos S_m ir pirmųjų n narių sumos S_n santykis lygus $\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^2}{n^2}$. Įrodykite, kad m -tojo ir n -tojo aritmetinės progresijos narių a_m ir a_n santykis lygus $\frac{a_m}{a_n} = \frac{2m-1}{2n-1}$.

Juodraštis

(4 taškai)

19. Paveiksle pavaizduotas lygiagretainis $ABCD$.
Taškas E – lygiagretainio kraštinės BC vidurio taškas, o atkarpos AE taškas F atkarpą AE dalija santykiu $2 : 1$ (skaičiuojant nuo viršūnės A).
Pažymėkite vektorius $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$ ir $\overrightarrow{AD} = \vec{n}$.



- 19.1. Išreikškite vektorius \overrightarrow{AF} ir \overrightarrow{BF} vektoriais \vec{m} ir \vec{n} .

Juodraštis

(3 taškai)

- 19.2. Įrodykite, kad taškas F yra lygiagretainio $ABCD$ įstrižainės BD taškas.

Juodraštis

(2 taškai)

20. Musė tupi ant kubo viršūnės M , o Voras – ant priešingos kubo viršūnės V (žr. pav.). Žinoma, kad kubo briaunos ilgis lygus a . Nustatykite trumpiausio kelio, einančio kubo paviršiumi ir jungiančio Musę su Voru, ilgį.

Juodraštis

(5 taškai)

